Introducción a la Lógica y la Computación. Examen Final 08/02/2022.

1. Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando apropiadamente.

   a) Si $(P, \leq)$ es un poset y $a, b \in P$ cumplen $a \nleq b$, entonces $a > b$.

   b) Si $(P, \leq)$ y $(Q, \leq')$ son posets isomorfos, entonces que $(P, \leq)$ tenga un elemento minimal implica que $(Q, \leq')$ tiene uno.

   c) Sea $(P, \leq)$ un poset tal que para cada $a, b \in P$ existe $\sup\{a, b\}$. Entonces para todo $S \subseteq P$ existe $\sup(S)$.

2. ¿Cuántos reticulados distributivos con exactamente un átomo y en total 4 elementos irreducibles existen? No hace falta que los construya explícitamente a todos. Justifique enunciando los resultados teóricos que utilice.

3. Encuentre derivaciones para:

   a) $\vdash \neg(\varphi \vee \psi) \to (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$.

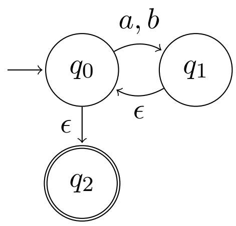
   b) $\{\varphi \vee \psi, \varphi \vee \neg\psi\} \vdash \varphi$.

4. Sea Γ un conjunto de proposiciones.

   a) Probar que si $\Gamma \vdash \neg\varphi$ entonces $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \bot$.

   b) Probar que si $\Gamma \cup \{\varphi\} \vdash \bot$ entonces $\Gamma \vdash \neg\varphi$.

5. Considere el autómata M dado por el diagrama de la derecha. Encuentre una expresión regular que denote $L(M)$ utilizando el algoritmo dado por el Teorema de Kleene.



6. Probar que el lenguaje $\{a^n b^m \mid m \text{ es múltiplo de } n\}$ no es regular.

L. **Sólo para alumnxs libres:** Determine (y justifique) si el siguiente conjunto es consistente:

$$\{\neg p_1 \to \neg p_0, p_0, p_1 \to p_0, \neg p_1, (p_1 \vee p_0) \to p_0\}.$$