

Introducción a la Lógica y la Computación. Examen Final 23/02/2022.

1. Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando apropiadamente.

- (a) Sean (L, \vee, \wedge) un reticulado, $x, y \in L$ distintos. Entonces $x \vee y \notin Irr(L)$.
- (b) Sea L un reticulado acotado finito tal que $Irr(L) = At(L)$. Entonces L admite estructura de álgebra de Boole.
- (c) Sean $(B, \vee, \wedge, ^c, 0, 1)$ y $(\bar{B}, \bar{\vee}, \bar{\wedge}, \bar{^c}, \bar{0}, \bar{1})$ álgebras de Boole, y sea $F : (B, \vee, \wedge) \rightarrow (\bar{B}, \bar{\vee}, \bar{\wedge})$ un isomorfismo de reticulados. Entonces $F : (B, \vee, \wedge, ^c, 0, 1) \rightarrow (\bar{B}, \bar{\vee}, \bar{\wedge}, \bar{^c}, \bar{0}, \bar{1})$ es un isomorfismo de álgebras de Boole.

2. ¿Cuáles de los siguientes posets son reticulados? De ellos: ¿cuáles son distributivos? ¿Cuáles complementados? Justifique.

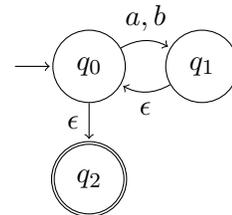
- (a) $(\{1, 2, 3, 6, 9, 27, 54\}, |)$.
- (b) $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \supseteq)$.
- (c) $(\{1, 3, 5, 30, 45, 90\}, |)$.
- (d) $(\{\{1\}, \{7\}, \{5\}, \{1, 2\}, \{5, 6\}, \{7, 8\}, \{1, 2, \dots, 8\}\}, \subseteq)$.

3. Encuentre derivaciones para:

- (a) $\neg\psi \rightarrow \varphi \vdash \neg\varphi \rightarrow \psi$.
- (b) $\varphi \vdash ((\varphi \rightarrow \psi) \vee \neg\varphi) \rightarrow \psi$.

4. Determinar si el conjunto $\{\varphi \in PROP : \{p_0, \neg p_1\} \vdash \varphi\}$ es consistente. Justificar la respuesta.

5. Considere el autómata M dado por el diagrama de la derecha. Usando el algoritmo del teórico, construya un autómata determinista que acepte el mismo lenguaje. No omita estados ni transiciones, aún cuando contribuyan a las palabras aceptadas.



6. Dar una gramática regular que genere el lenguaje formado por todas las palabras sobre el alfabeto $\{a, b\}$ que tienen una cantidad par de a y una cantidad impar de b .

L. **Sólo para alumnxs libres:** Dé una gramática regular que genere el lenguaje aceptado por el autómata del Ejercicio 5.