Introducción a la Lógica y la Computación - Examen Final 05/12/2022.

Apellido y Nombre:

nota

1	2	3	4	5	6	L

Separar en hojas distintas estos grupos de ejercicios: {1,3}; {2,6}; {4, libres}; {5}.

(1) Considere el poset $P = \{p, e, d, a\}$ de la figura.

(a) Dé el diagrama de Hasse de $\mathcal{D}(P)$.
(b) ¿Es $\mathcal{D}(P)$ distributivo? Justifique su respuesta.
(c) ¿Existe X conjunto tal que $\mathcal{D}(P)$ es isomorfo a $\mathcal{P}(X)$?

(2) Sea B un álgebra de Boole. Pruebe que para todo $x, y, z \in B$ vale la propiedad:

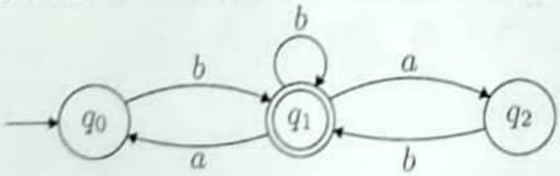
$$z \leq x \wedge y \implies x^c \wedge y \leq z^c \wedge y$$

(3) Obtenga una derivación para cada ítem:
(a) $\vdash \neg(\varphi \to \psi) \to \neg\psi$
(b) $\vdash \neg(\psi \wedge \neg\varphi) \to (\psi \to \varphi)$

(4) Determine si es verdadero o falso. Justifique su respuesta.
(a) Si Γ es un conjunto consistente, entonces $\{\neg\varphi : \varphi \in \Gamma\}$ es también consistente.
(b) Si Γ es un conjunto consistente cerrado por derivaciones, entonces Γ es consistente maximal. (Un conjunto Γ es cerrado por derivaciones si para toda φ vale: $\Gamma \vdash \varphi$ implica $\varphi \in \Gamma$.)

(5) Definir un ε-NFA que acepte exactamente el lenguaje formado por todas las palabras del alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ que **no contienen** un segmento igual a aa.

(6) Considere el autómata M dado por el siguiente diagrama.



Encuentre una expresión regular que denote $L(M)$. Utilice el algoritmo dado por el teorema de Kleene.

Ejercicios para alumnos libres:

Decida los siguientes conjuntos son consistentes. Para cada uno construya, en caso de ser consistente, una asignación que lo valide, y en caso de no serlo, una derivación con conclusión $\perp$.

(1) $\{p_0, \neg p_1 \to p_0, \neg p_2 \to (p_0 \wedge p_1), \neg p_3 \to (p_0 \wedge p_1 \wedge p_2), \dots\}$.
(2) $\{(p_0 \wedge p_1) \vee p_0, \neg p_0\}$.