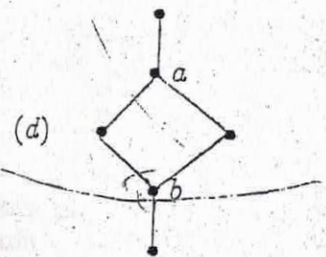
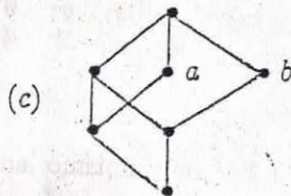
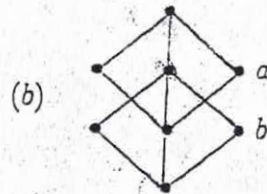
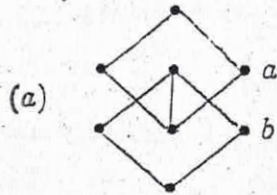


Introducción a la Lógica y la Computación, 1er Parcial 2006

(1) Considere los siguientes diagramas de Hasse:



- (i) Marque sobre cada diagrama  $\inf\{a, b\}$ , en caso que exista. ✓
- (ii) Determine cuales son reticulados, justifique la respuesta. ✓
- (iii) Determine cuales son reticulados distributivos, justifique la respuesta.  $\frac{2}{3}$
- (iv) Para los reticulados, calcule en cada caso el conjunto de átomos y el conjunto de  $\frac{5}{6}$  join-irreducibles.
- (v) Calcule todos los filtros primos de (d).  $\frac{1}{4}$

(2) (i) Pruebe que en todo reticulado vale la desigualdad:

$$(x \wedge y) \vee (x \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge (y \vee z)$$

(ii) Pruebe que en toda álgebra de Boole vale la propiedad:

$$x \leq y' \Leftrightarrow x \wedge y = 0$$

(iii) Pruebe que en toda álgebra de Boole vale la igualdad:

$$(x'' \vee y'') = (x' \wedge y')'$$

(Pruebe toda propiedad que use.)

(iv) Cuántas álgebras de Boole de a lo sumo 20 elementos hay? Justifique.

(3) (a) Defina isomorfismo de poset, e isomorfismo de reticulado.

(b) Suponga que  $f : L \rightarrow L'$  es un isomorfismo de posets, y que  $L, L'$  son reticulados. Pruebe que  $f$  es un isomorfismo de reticulados.

(c) Suponga que  $(L, \vee, \wedge, 0, 1, ')$ ,  $(L', \vee', \wedge', 0', 1', ''')$  son reticulados acotados con operación complemento, y que  $f : L \rightarrow L'$  es un isomorfismo de posets.

(i) Vale que  $f(x')$  es complemento de  $f(x)$ ?

(ii) Vale que  $f(x') = f(x)'''$ ?

(4) Pruebe que todo elemento en un álgebra de Boole se puede escribir como supremo de átomos de manera única.