

1. Para cada uno de las siguientes afirmaciones determine si es verdadera o falsa.
  - a) Si  $R$  es una relación de equivalencia sobre  $A$  entonces  $R$  no es una relación de orden sobre  $A$ .
  - b) Si  $R$  no es una relación de equivalencia sobre  $A$  entonces  $R$  es una relación de orden sobre  $A$ .
  - c) Sea  $(P, \leq)$  un poset reticulado y  $a, b$  y  $c$  en  $P$  tales que  $a \leq b$ . Entonces se da necesariamente alguna de las siguientes situaciones:  
 $a \leq b \leq c$  o  $a \leq c \leq b$  o  $c \leq a \leq b$ .
  - d) Para todo poset  $(P, \leq)$  y todo  $S \subseteq P$ ,  $(S, \leq|_S)$  es un subposet de  $(P, \leq)$ .
  - e) Para todo poset  $\mathbf{P}$  y todo  $S \subseteq P$ ,  $S$  es un subuniverso de  $\mathbf{P}$ .
  - f)  $(\{1, 3, 6, 4, 12\}, |)$  es un subretículo de  $(D_{12}, |)$ .
  - g)  $(\mathbb{N}, |)$  es una cadena.
  - h)  $(D_8, |)$  es una cadena.
  - i) Para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\mathbf{D}_n$  es un reticulado distributivo.
  - j) Para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\mathbf{D}_n$  es un álgebra de Boole.
  - k) Sea  $(P, \leq)$  un poset y sea  $m \in P$ . Si  $m$  es máximo entonces es maximal.
  - l) Sea  $(P, \leq)$  un poset y sea  $m \in P$ . Si  $m$  es el único minimal entonces es mínimo.
  - m) Sea  $(P, \leq)$  un poset finito y sea  $m \in P$ . Si  $m$  es el único maximal entonces es máximo.
  - n) Todo poset finito tiene al menos un maximal.
  - $\hat{n}$ ) Si  $\mathbf{P}$  es un poset finito entonces tiene máximo.
  - o) Si  $\mathbf{P}$  es un poset reticulado finito entonces tiene mínimo.
  - p)  $(\{1, 2, 3, 5, 30\}, |)$  es un álgebra de Boole.
  - q) Si  $\mathbf{L}$  es un reticulado distributivo entonces todo elemento tiene a lo sumo un complemento.
  - r) Si  $\mathbf{L}$  es un reticulado distributivo entonces todo elemento tiene exactamente un complemento.

- s) Si  $\mathbf{L}$  es un reticulado tal que todo elemento tiene a lo sumo un complemento entonces es distributivo.
2. Considere el reticulado  $\mathbf{L} = (\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 36\}, |)$ .
- Dé el diagrama de Hasse de  $\mathbf{L}$ .
  - Dé el diagrama de Hasse de  $\mathbf{Irr}(\mathbf{L}) = (Irr(\mathbf{L}), |)$ .
  - Sea  $F : L \rightarrow \mathcal{D}(\mathbf{Irr}(\mathbf{L}))$  la función definida en el Teorema de Birkhoff. Dé explícitamente  $F(x)$  para cada  $x \in L$ .
  - Dé el diagrama de Hasse de  $(\mathcal{D}(\mathbf{Irr}(\mathbf{L})), \subseteq)$ .
  - ¿Es  $\mathbf{L}$  un reticulado distributivo? Justifique su respuesta.
  - ¿Es  $\mathbf{L}$  un álgebra de Boole? Justifique su respuesta.