

1. [1.5 pts] Sea $at(\varphi)$ la cantidad de átomos que ocurren en φ y sea $bin(\varphi)$ la cantidad de conectivos binarios que ocurren en φ . Pruebe por inducción en *PROP*: para toda φ , $at(\varphi) \leq 2 bin(\varphi) + 1$.

2. Hallar derivaciones que muestren:

✓ a) [1 pts] $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\chi \rightarrow \sigma) \rightarrow (\varphi \wedge \chi \rightarrow \psi \wedge \sigma)$.

✓ b) [1 pts] $\{\neg\varphi\} \vdash \varphi \vee \psi \leftrightarrow \psi$.

✓ c) [1 pts] $\vdash (\varphi \rightarrow \psi) \vee (\varphi \rightarrow \neg\psi)$.

100		100	100	100
		40		

3. Decida cuáles de los siguientes conjuntos son consistentes. Justifique dando una valuación o una derivación según sea el caso.

a) [1 pts] $\{p_0, p_0 \rightarrow (p_1 \wedge p_2), p_1 \rightarrow (p_3 \wedge (p_4 \wedge (p_5 \wedge p_6))), p_2 \rightarrow (p_3 \rightarrow \perp)\}$.

b) [1.5 pts] $\{\varphi \in PROP : (p_0 \rightarrow \varphi) \text{ es una tautología}\}$. Es decir, el conjunto de todas las φ tal que $\models p_0 \rightarrow \varphi$.

4. [1.5 pts] Probar que si Γ es consistente maximal, entonces realiza la implicación: para todas $\varphi, \psi \in PROP$, $(\varphi \rightarrow \psi) \in \Gamma$ si y sólo si $[\varphi \in \Gamma \text{ implica } \psi \in \Gamma]$.

5. [1.5 pts] Definamos una relación \preceq en *PROP* de la siguiente manera:

$\varphi \preceq \psi$ si y sólo si $\vdash \varphi \rightarrow \psi$.

Pruebe, transformando derivaciones, que \preceq es transitiva.