

# Examen Final Introducción a los Algoritmos — 3 de diciembre de 2018

Apellido y Nombre:

E-mail:

Cantidad de hojas entregadas:

Numerar cada hoja.

1. Definir las siguientes funciones y evaluarlas sobre los ejemplos.

- a) [15 pts]  $\text{sumaTam} : [String] \rightarrow Int$ , que suma los tamaños de las cadenas de caracteres. Asumir que está definida la función  $\# : [a] \rightarrow Int$  que toma una lista y devuelve su tamaño. Ejemplo:  $\text{sumaTam}["in", "justicia"] = 10$ .
- b) [15 pts]  $\text{mayoresEdad} : [(String, Int)] \rightarrow [(String, Int)]$ , que toma una lista de pares de nombres y edades y devuelve una lista con los pares con edades mayores o iguales a 18. Ejemplo:  $\text{mayoresEdad}[("Pepe", 16), ("Mara", 20)] = [("Mara", 20)]$ .

2. [20 pts] Dada la definición de la función  $\text{todoCyG}$ :

$$\begin{aligned}\text{todoCyG} &: [Figura] \rightarrow Bool \\ \text{todoCyG}[\ ] &\doteq True \\ \text{todoCyG}(x \triangleright xs) &\doteq \text{circulo}.x \wedge \text{tam}.x \geq 10 \wedge \text{todoCyG}.xs\end{aligned}$$

demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$\text{todoCyT}.xs \equiv \langle \forall y : y \in_{\ell} xs : \text{circulo}.y \wedge \text{tam}.y \geq 10 \rangle.$$

3. [15 pts] Demostrar la siguiente fórmula del cálculo proposicional:  $\neg(\neg p \vee q) \wedge (r \Rightarrow q) \Rightarrow \neg r$ .
4. [20 pts] Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

a) “No todas las figura de  $xs$  son triángulos”.

**Ejemplos:** Las listas  $[(Triangulo, Rojo, 10), (Circulo, Rojo, 10)]$  y  $[(Circulo, Azul, 6)]$  satisfacen la propiedad. La lista  $[(Triangulo, Rojo, 9), (Triangulo, Verde, 1)]$  no la satisface.

b) “El primer elemento de  $xs$  es igual a algún elemento de  $ys$ ”.

**Ejemplos:** Las listas  $xs = [0, 5, 3]$  y  $ys = [8, 0]$  satisfacen la propiedad. Las listas  $xs = [5, 0, 3]$  y  $ys = [8, 0]$  no la satisfacen.

5. [15 pts] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \forall x : : \neg(P.x \Rightarrow Q.x) \rangle \equiv (\langle \forall x : : P.x \rangle \wedge \langle \forall x : : \neg Q.x \rangle).$$

## Ejercicios extra: sólo para alumnos libres

- L1. [0pts si está bien/-10pts si está mal] Usando las funciones  $\# : [a] \rightarrow Int$  y  $\text{sumaTam}$  del ejercicio 1, definir la función  $\text{promTam} : [String] \rightarrow Float$  que calcula el promedio de los tamaños de las cadenas de caracteres de la lista. Ejemplo:  $\text{promTam}["in", "justicia"] = 5$ .
- L2. [0pts si está bien/-10pts si está mal] Definir la función  $\text{enTupla} : String \rightarrow Int \rightarrow Bool \rightarrow (String, Int, Bool)$  que recibe una cadena de caracteres, un número entero y un valor booleano y los pone dentro de una tupla de tres elementos. Ejemplo:  $\text{enTupla}."Mario".23.False = ("Mario", 23, False)$ .