

# Examen Final Introducción a los Algoritmos — 3 de julio de 2019

Apellido y Nombre:

E-mail:

Cantidad de hojas entregadas:

Numerar cada hoja.

1. Definir las siguientes funciones y evaluarlas sobre los ejemplos.

a) [15 pto(s)]  $cortas : [String] \rightarrow [String]$ , que dada una lista de palabras, selecciona las que tienen menos de 10 letras (recordar que  $String = [Char]$ ).

Ejemplo:  $cortas.[\text{"perro"}, \text{"diccionario"}, \text{"gato"}, \text{"constitución"}] = [\text{"perro"}, \text{"gato"}]$ .

b) [15 pto(s)]  $aprueba : [(Int, Int)] \rightarrow [(Int, Bool)]$ , que dadas las dos notas de cada alumno en un curso, devuelve una lista que dice la mayor de ellas y si aprueba con esa nota (necesita 4 o más).

Ejemplo:  $aprueba.[(3, 5), (1, 2), (10, 6)] = [(5, True), (2, False), (10, True)]$ .

2. [20 pto(s)] Dada la definición de la función  $todoRyG$ :

$$todoRyG : [Figura] \rightarrow Bool$$
$$todoRyG.[ ] \doteq True$$
$$todoRyG.(x \triangleright xs) \doteq rojo.x \wedge tam.x \geq 10 \wedge todoRyG.xs$$

demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$todoRyG.xs \equiv \langle \forall y : y \in_{\ell} xs : rojo.y \wedge tam.y \geq 10 \rangle.$$

3. [15 pto(s)] Demostrar la siguiente fórmula del Cálculo Proposicional:

$$p \wedge \neg(q \equiv r) \equiv \neg((p \wedge q) \equiv (p \wedge r))$$

4. [20 pto(s)] Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

a) "Los primeros  $N$  elementos de  $xs$  son positivos".

**Ejemplos:** El número  $N = 2$  y la lista  $xs = [10, 5, -2]$  satisfacen la propiedad. El número  $N = 3$  y la lista  $xs = [1, -2, 8, 16]$  no la satisfacen.

b) "Hay un elemento de  $xs$  que es menor que el primer elemento de  $ys$ ".

**Ejemplos:** Las listas  $xs = [5, 3, 1, 5]$  y  $ys = [2, 5, 7]$  satisfacen la propiedad. Las listas  $[5, 2, 3]$ ,  $[1, 10]$  no la satisfacen.

5. [15 pto(s)] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\neg \langle \exists x : : P.x \Rightarrow Q.x \rangle \equiv \langle \forall x : : P.x \rangle \wedge \langle \forall x : : \neg Q.x \rangle.$$

## Ejercicios extra: sólo para alumnos libres

L1. [0ptos si está bien/-10pto si está mal pto(s)] Demostrar usando solamente Axiomas del Cálculo proposicional:

$$\neg \neg p \equiv p.$$

L2. [0ptos si está bien/-10ptos si está mal] Definir la función  $enTupla : String \rightarrow Int \rightarrow Bool \rightarrow (String, Int, Bool)$  que recibe una cadena de caracteres, un número entero y un valor booleano y los pone dentro de una tupla de tres elementos. Ejemplo:  $enTupla.\text{"Mario"}.23.False = (\text{"Mario"}, 23, False)$ .