Examen Final Introducción a los Algoritmos — 2 de diciembre de 2019

Apellido y Nombre:
E-mail:
Cantidad de hojas entregadas: **Numerar cada hoja.**

1. Definir las siguientes funciones y evaluarlas sobre los ejemplos.

   a) [**15 pto(s)**] $terceros : [(Num, Num, Num)] \to [Num]$, que dada una lista de triplas de números, devuelva la lista compuesta por el tercer elemento de cada tripla.
   Ejemplo: $terceros.[(3,5,9),(1,2,-2),(10,6,7)] = [9,-2,7]$.

   b) [**15 pto(s)**] $todosPositivos : [Int] \to [Int]$, que dada una lista de enteros, devuelve la misma lista pero cambiando los valores negativos por positivos.
   Ejemplo: $todosPositivos.[1,-31,21,-17,0] = [1,31,21,17,0]$.

2. [**20 pto(s)**] Dada la definición de la función $todosCoV$:

$$\begin{aligned}&todosCoV : [Figura] \to Bool\\&todosCoV.[\,] \doteq True\\&todosCoV.(x \triangleright xs) \doteq (cuadrado.x \vee verde.x) \wedge todosCoV.xs\end{aligned}$$

   demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$todosCoV.xs \equiv \langle \forall y : y \in_\ell xs : cuadrado.y \vee verde.y \rangle.$$

3. [**15 pto(s)**] Demostrar la siguiente fórmula del Cálculo Proposicional:

$$(p \not\equiv q) \Rightarrow \neg(p \Rightarrow q \wedge q \Rightarrow p)$$

4. [**20 pto(s)**] Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

   a) *"La lista xs contiene dos ceros seguidos".*
   Ejemplos: La lista $xs = [5,7,0,0,8,0]$ satisface la propiedad. La lista $xs = [1,0,-2,0,-8,0]$ no la satisface.

   b) *"Todo elemento de xs es el doble de algún elemento en la lista ys".*
   Ejemplos: Las listas $xs = [8,100,4]$ e $ys = [4,100,50,4,2]$ satisfacen la propiedad. Las listas $xs = [20,2,9]$ e $ys = [10,3,1]$ no la satisfacen.

5. [**15 pto(s)**] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \forall x : \neg R.x : \neg P.x \rangle \wedge \langle \forall x : : \neg R.x \rangle \equiv \neg \langle \exists x : : P.x \vee R.x \rangle$$

Ejercicios extra: sólo para alumnos libres

L1. [**0ptos si está bien/-10ptos si está mal**] Decidí si es válida la siguiente proposición y justificá:

$$p \equiv p \equiv p \equiv p \equiv p \equiv p \equiv p$$

L2. [**0ptos si está bien/-10ptos si está mal**] Definir la función $hayUnPar : (Int, Int, Int) \to Bool$ que recibe una 3-upla de enteros, y verifica si alguno de los valores es múltiplo de 2.
Ejemplos: $hayUnPar.(8,3,5) = True$ y $hayUnPar.(17,3,5) = False$