

# Examen Final Introducción a los Algoritmos — 10 de febrero de 2020

Apellido y Nombre:

E-mail:

Cantidad de hojas entregadas:

Numerar cada hoja.

1. Definir las siguientes funciones y evaluarlas sobre los ejemplos.

a) [15 pto(s)]  $\text{suma3} : (\text{Num}, \text{Num}, \text{Num}) \rightarrow \text{Num}$ , que dada una tripla de números, devuelva la suma de los tres números.

Ejemplo:  $\text{suma3}.(3, 5, 9) = 17$ .

b) [15 pto(s)]  $\text{todasCortas} : [\text{String}] \rightarrow \text{Bool}$ , que dada una lista de palabras, devuelve *True* si todas las palabras tienen menos de 5 letras, si alguna tiene 5 o más letras devuelve *False*. (Ayuda: pueden usar, sin definir, la función *length* que toma una lista y devuelve su longitud).

Ejemplo:  $\text{todasCortas}.[\text{"hola"}, \text{"Juana"}] = \text{False}$ .

Ejemplo:  $\text{todasCortas}.[\text{"hola"}, \text{"Juan"}] = \text{True}$ .

2. [20 pto(s)] Dada la definición de la función *todosTyR*:

$$\text{todosTyR} : [\text{Figura}] \rightarrow \text{Bool}$$
$$\text{todosTyR}.[ ] \doteq \text{True}$$
$$\text{todosTyR}.(x \triangleright xs) \doteq (\text{triangulo}.x \wedge \text{rojo}.x) \wedge \text{todosTyR}.xs$$

demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$\text{todosTyR}.xs \equiv \langle \forall y : y \in_{\ell} xs : \text{triangulo}.y \wedge \text{rojo}.y \rangle.$$

3. [15 pto(s)] Demostrar la siguiente fórmula del Cálculo Proposicional:

$$(p \wedge \neg q) \equiv \neg(p \Rightarrow q) \equiv \neg(p \wedge \neg p)$$

4. [20 pto(s)] Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

a) “La lista  $xs$  no contiene ceros entre sus primeros 3 elementos”.

**Ejemplos:** Las listas  $xs = [5, 7, 8, 0]$  y  $xs = [2, 73]$  satisfacen la propiedad. La lista  $xs = [1, -2, 0, -8]$  no la satisface.

b) “Algún elemento de  $xs$  es elemento de la lista  $ys$ ”.

**Ejemplos:** Las listas  $xs = [8, 100, 4]$  e  $ys = [4, 100, 50, 4, 2]$  satisfacen la propiedad. Las listas  $xs = [20, 2, 9]$  e  $ys = [10, 3, 1]$  no la satisfacen.

5. [15 pto(s)] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\neg \langle \exists x : P.x : \neg R.x \rangle \wedge \neg \langle \exists x : : R.x \rangle \equiv \neg \langle \exists x : : P.x \vee R.x \rangle$$

## Ejercicios extra: sólo para alumnos libres

L1. [0ptos si está bien/-10ptos si está mal] Formalizar la siguiente propiedad escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados: “La lista  $xs$  contiene un 5 en la posición  $n$ ”.

**Ejemplos:** La lista  $xs = [5, 7, 0]$  y el  $n = 0$  satisface la propiedad. La lista  $xs = [5, 7, 0]$  y el  $n = 1$  no la satisface.

L2. [0ptos si está bien/-10ptos si está mal] Definir la función *promedio* :  $[\text{Int}] \rightarrow \text{Int}$  que recibe una lista de enteros, y devuelve su promedio.

Ejemplos:  $\text{promedio}.[3, 3, 3] = 3$  y  $\text{promedio}.[7, 5] = 6$