

Examen Final Introducción a los Algoritmos — 7 de julio de 2021

Apellido y Nombre:

E-mail:

Cantidad de hojas entregadas:

Numerar cada hoja.

1. Definir las siguientes funciones y realizar la corrida de la función sobre el ejemplo dado, justificando cada paso.

a) [15 pts] $esMayor : Int \rightarrow [Int] \rightarrow [Bool]$, que dados un entero n y una lista de enteros xs retorna la lista obtenida al evaluar si cada elemento de xs es mayor estricto a n .

Ejemplos: $esMayor\ 3\ [3, 4] = [False, True]$.

b) [15 pts] $largo : [[A]] \rightarrow [[A], Int]$, que dada una lista de listas xs , retorna para cada elemento xs de xs el par formado por xs y su longitud.

Ejemplo: $largo\ [[1, -2], []] = [[(1, -2), 2], ([], 0)]$.

2. [20 pts] Dadas las siguientes funciones

$$\begin{aligned} suma &:: [Int] \rightarrow Int \\ suma [] &= 0 \\ suma (x : xs) &= x + suma\ xs \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} suma2 &:: [(Int, Int)] \rightarrow Int \\ suma2 [] &= 0 \\ suma2 ((x, y) : xs) &= x + y + suma2\ xs \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} duplica &:: [a] \rightarrow [(a, a)] \\ duplica [] &= [] \\ duplica (x : xs) &= (x, x) : (duplica\ xs) \end{aligned}$$

demuestre por inducción que $suma2\ (duplica\ xs) = 2 * (suma\ xs)$.

3. [25 pts] Demostrar la siguiente fórmula del cálculo proposicional:

$$p \vee q \vee r \equiv r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r).$$

4. [25 pts] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \exists x : : P.x \equiv R.x \rangle \Rightarrow \langle \exists x : : P.x \rangle \vee \langle \exists x : : \neg R.x \rangle$$

Ejercicio extra: sólo para alumnos libres

- L1. [0 pts si está bien/-15 pts si está mal] Formalizar la siguiente propiedad escrita en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

a) “Hay un único elemento de xs que está en ys ”.

Ejemplos: Las listas $xs = [1, 2, 3]$ y $ys = [2]$ satisfacen la propiedad. Las listas $xs = [1, 1]$ y $ys = [1]$ no la satisfacen.

- L2. [0 pts si está bien/-15 pts si está mal] Demostrar la siguiente fórmula del cálculo proposicional:

$$q \vee (p \equiv \neg p) \equiv \neg q \Rightarrow False$$