

Examen Final Introducción a los Algoritmos — 1 de diciembre de 2021

Apellido y Nombre:

E-mail:

Cantidad de hojas entregadas:

Numerar cada hoja.

1. Definir las siguientes funciones y realizar la corrida de la función sobre el ejemplo dado, justificando cada paso.

a) [15 pts] $\text{primerosPares} : [Int] \rightarrow [Int]$ que dada una lista xs de números enteros, devuelve los elementos de la lista hasta el primer impar.

Ejemplo: $\text{primerosPares } [2, 8, 3, 2, 6] = [2, 8]$.

b) [15 pts] $\text{compact} : [Int] \rightarrow [Int]$, que dada una lista xs de números enteros, elimina las repeticiones consecutivas de cada elemento.

Ejemplo: $\text{compact } [2, 2, 2, 3, 3] = [2, 3]$.

2. [20 pts] Dadas las siguientes funciones

$$\begin{aligned} \text{concatena} &:: [[a]] \rightarrow [a] \\ \text{concatena } [] &= [] \\ \text{concatena } (xs : xxs) &= xs ++ \text{concatena } xxs \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \text{elimVacio} &:: [[a]] \rightarrow [[a]] \\ \text{elimVacio } [] &= [] \\ \text{elimVacio } (xs : xxs) & \\ & \quad | xs = [] = \text{elimVacio } xxs \\ & \quad | xs \neq [] = xs : (\text{elimVacio } xxs) \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} ++ &:: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a] \\ [] ++ ys &= ys \\ (x : xs) ++ ys &= x : (xs ++ ys) \end{aligned}$$

demuestre por inducción que $\text{concatena } xxs = \text{concatena}(\text{elimVacio } xxs)$.

3. [25 pts] Demostrar la siguiente fórmula del cálculo proposicional:

$$((q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow s)$$

4. [25 pts] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \exists x : R.x : P.x \rangle \Rightarrow Q \equiv \langle \forall x : R.x : P.x \Rightarrow Q \rangle$$

donde Q no tiene variables libres

Ejercicio extra: sólo para alumnos libres

- L1. [0 pts si está bien/-10 pts si está mal] Para la siguiente expresión: agregar paréntesis, decidir si se pueden asignar tipos a las variables de manera que quede bien tipada, y dar el tipo de cada variable y de toda la expresión.

$$a + 2 \geq c \Rightarrow 3 + 2 < b \equiv c = 0 \equiv b = 2 * a$$

- L2. [0 pts si está bien/-20 pts si está mal] Demostrar la siguiente fórmula del cálculo proposicional:

$$(\neg p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)$$