1/1
SF

Examen Parcial Introducción a los Algoritmos - 8 de Junio de 2015
Comisiones Tarde

nota

Puntajes

1	2	3	4

Cantidad de hojas entregadas:
Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

   a) [**15 pto(s)**] $(p \vee q) \wedge (p \equiv q) \equiv p \wedge q$.

   b) [**15 pto(s)**] $(p \wedge q \Rightarrow s) \Rightarrow (p \wedge q \wedge r \Rightarrow s)$.

2. Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

   a) [**10 pto(s)**] *"N es menor (estricto) que todos los elementos de xs".*
   Ejemplos: El número $N = 0$ y la lista $xs = [10, 1, 2]$ satisfacen la propiedad. El número $N = 2$ y la lista $xs = [2, 8, 16]$ no la satisfacen.

   b) [**10 pto(s)**] *"Hay un elemento de xs que es mayor que algún elemento de ys".*
   Ejemplos: Las listas $[1, 3, 8, 5]$ y $[7, 5, 7]$ satisfacen la propiedad. Las listas $[1, 2, 3]$, $[4, 5]$ no la satisfacen.

3. Construcción de modelos

   a) [**10 pto(s)**] Construir un modelo en el que se satisfagan todas siguientes sentencias:
   - $\langle \exists x : Cuad.x : Rojo.x \rangle$.
   - $\langle \exists x : : \langle \forall y : Cuad.y : x \neq y \rangle \rangle$.
   - $\langle \forall x : \neg Rojo.x : Cuad.x \rangle$.

   b) [**10 pto(s)**] Construir un modelo que además satisfaga la siguiente propiedad (es, decir, las cuatro fórmulas mencionadas en este ejercicio deben ser verdaderas en el modelo final).
   - $\langle \forall x : Rojo.x : \langle \exists y : Azul.y : x \neq y \rangle \rangle$.

   Para evitar confusiones dar, en cada caso, el dominio del modelo (i.e., el conjunto de elementos que aparecen en el modelo) y, para cada propiedad que aparece en las fórmulas, el conjunto de elementos que tienen esa propiedad.

4. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

   a) [**15 pto(s)**] En esta demostración se pueden utilizar sólo los **axiomas** del Cálculo de Predicados.
   $\langle \forall x : R.x : T.x \rangle \wedge \langle \forall x : \neg T.x : R.x \rangle \equiv \langle \forall x : : T.x \rangle$

   b) [**15 pto(s)**] En esta demostración se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto para el Calculo de Predicados.
   $\langle \exists x : : R.x \rangle \Rightarrow (\langle \forall x : R.x : False \rangle \equiv False)$