Examen Introducción a los Algoritmos - 19 de Junio de 2017

nota

Puntajes

1	2	3	4	5

Cantidad de hojas entregadas:
Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

   a) [**15 pto(s)**] $p \wedge (q \equiv r \equiv s) \equiv p \wedge q \equiv p \wedge r \equiv p \wedge s$.

   b) [**15 pto(s)**] $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$.

2. Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

   a) [**10 pto(s)**] *"Ningún rombo en xs es azul".*
   Ejemplos: Las listas $[(Rombo, Rojo, 3)]$ y $[(Circulo, Azul, 3)]$ satisfacen la propiedad. La lista $[(Rombo, Azul, 2)]$ no la satisface.

   b) [**10 pto(s)**] *"Hay un único rombo en xs y es azul".*
   Ejemplos: Las listas$[(Rombo, Azul, 1)]$ y $[(Cuadrado, Rojo, 2), (Rombo, Azul, 3)]$ satisfacen la propiedad. Las listas $[(Rombo, Rojo, 1)]$ y $[(Rombo, Rojo, 1), (Rombo, Azul, 2)]$ no la satisfacen.

3. [**10 pto(s)**] Dar una lista $xs : [Figura]$ que satisfaga la siguiente especificación escrita usando la Lógica de Predidados, y otra lista que no la satisfaga. Prestar especial atención a las variables utilizadas en la especificación.

$$rojo.(xs!0) \wedge \langle \forall x : x \in_\ell xs \wedge rojo.x : \langle \forall y : y \in_\ell xs : (cuadrado.y \vee \neg triangulo.x) \Rightarrow azul.y \rangle \rangle.$$

4. [**20 pto(s)**] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \forall x : : P.x \wedge Q.x \rangle \Rightarrow \langle \forall x : : P.x \rangle$$

5. [**20 pto(s)**] Dada la definición de la función *todoCR*:

$$\begin{aligned}&todoCR : [Figura] \rightarrow Bool\\&todoCR.[\,] \doteq True\\&todoCR.(x \triangleright xs) \doteq (cuadrado.x \wedge rojo.x) \wedge todoCR.xs\end{aligned}$$

   demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$todoCR.xs \equiv \langle \forall y : y \in_\ell xs : cuadrado.y \wedge rojo.y \rangle.$$