Examen Introducción a los Algoritmos - 11 de Junio de 2018

nota

Puntajes

1	2	3	4	5

Cantidad de hojas entregadas:
Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional (excepto el Teorema 29 en el item b).

   a) [**15 pto(s)**] $p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow p \equiv p \equiv q$

   b) [**15 pto(s)**] $p \vee q \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$.

2. Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

   a) [**10 pto(s)**] *"Todas las figuras de xs que son rojas, son triángulos".*
   Ejemplos: Las listas $[(Triangulo, Rojo, 3)]$ y $[(Triangulo, Rojo, 5), (Rombo, Verde, 6)]$ satisfacen la propiedad. La lista $[(Rombo, Rojo, 2)]$ no la satisface.

   b) [**10 pto(s)**] *"El primer elemento de xs es menor que alguno de los demás elementos de xs".*
   Ejemplos: Las listas $[1, 0, 3]$ y $[4, 3, 7, 1]$ satisfacen la propiedad. Las listas $[6]$ y $[9, 6, 7]$ no la satisfacen.

3. [**10 pto(s)**] Dar una lista $xs : [Figura]$ que satisfaga la siguiente especificación escrita usando la Lógica de Predidados, y otra lista que no la satisfaga. Prestar especial atención a las variables utilizadas en la especificación.

$$\langle \exists x : x \in_\ell xs \wedge tam.x \geqslant 10 \wedge triangulo.x : \langle \forall y : y \in_\ell xs \wedge tam.y = 0 : triangulo.y \rangle \rangle$$

4. [**20 pto(s)**] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$(\langle \exists x : R.x : T.x \rangle \wedge \langle \forall x : R.x : S.x \rangle) \Rightarrow \langle \exists x : R.x : T.x \wedge S.x \rangle$$

5. [**20 pto(s)**] Dada la definición de la función $hayTV$:

$$\begin{array}{l} hayTV : [Figura] \rightarrow Bool \\ hayTV.[\,] \doteq False \\ hayTV.(x \triangleright xs) \doteq (verde.x \wedge triangulo.x) \vee hayTV.xs \end{array}$$

   demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$hayTV.xs \equiv \langle \exists y : y \in_\ell xs : verde.y \wedge triangulo.x \rangle.$$