Examen Introducción a los Algoritmos (turno tarde) - 7 de Junio de 2021

nota

Puntajes

1	2	3	4	5

Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.

1. Elegir UNA de las siguientes fórmulas y demostrar que es un teorema del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indicar qué axioma o teorema se utiliza, y subrayar la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional. Si se resuelven los dos ejercicios se corregirá el primero que aparezca en la respuesta.

   a) [**25 pto(s)**] $p \wedge (q \equiv r) \equiv (p \wedge q) \equiv (p \wedge r) \equiv p \wedge (r \vee \neg r)$

   b) [**25 pto(s)**] $p \vee q \equiv p \equiv \neg(p \wedge \neg q \equiv q) \equiv p \vee False$

2. Formalizar las siguiente propiedad escrita en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

   a) [**25 pto(s)**] *"Los primeros N elementos de la lista xs están ordenados de forma creciente (puede tener repetidos)".*

   Ejemplos: Con N igual a 3, las listas $[-1, 0, 0]$ y $[-4, -3, 7, 4, 2]$ satisfacen la propiedad. Con N igual a 2, las listas $[6, 5]$ y $[9, 6, 7]$ no la satisfacen.

3. [**25 pto(s)**] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique qué axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \forall x : : \neg(P.x \Rightarrow Q.x) \rangle \vee \langle \exists x : : False \wedge P.x \rangle \equiv (\langle \forall x : : P.x \rangle \wedge \langle \forall x : : \neg Q.x \rangle).$$

4. [**25 pto(s)**] Dada la definición de la función *todoCyG* y de la función $\in_\ell$:

$$\begin{array}{ll} todoCyG : [Figura] \to Bool & \in_\ell : A \to [A] \to Bool \\ todoCyG.[\,] \doteq True & e \in_\ell [\,] \doteq False \\ todoCyG.(x \triangleright xs) \doteq circulo.x \wedge tam.x \geq 10 \wedge todoCyG.xs & e \in_\ell (x \triangleright xs) \doteq (e = x) \vee e \in_\ell xs \end{array}$$

   demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$todoCyT.xs \equiv \langle \forall y : y \in_\ell xs : circulo.y \wedge tam.y \geq 10 \rangle.$$