

Introducción a los Algoritmos 2C 2022

Parcial 2 - 10 de noviembre de 2022

[10 pts] Ejercicio 1:

Formalizá la siguiente propiedad, escrita en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados.

“La lista de figuras xs contiene círculos verdes y amarillos”

Por ejemplo, la lista [(Cuadrado, Rojo, 5), (Círculo, Verde, 2)] no satisface la propiedad y las listas [(Círculo, Rojo, 5), (Círculo, Verde, 2), (Círculo, Amarillo, 2)] y [(Cuadrado, Verde, 20), (Círculo, Verde, 7), (Círculo, Amarillo, 7)] sí la satisfacen.

[10 pts] Ejercicio 2:

Formalizá la siguiente propiedad, escrita en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados.

“Hay un único Triángulo Verde en xs ”

Por ejemplo, las listas [(Cuadrado, Rojo, 5), (Círculo, Verde, 2)] y [(Triángulo, Rojo, 5), (Triángulo, Rojo, 5)] no satisfacen la propiedad y la lista [(Cuadrado, Rojo, 5), (Círculo, Verde, 2), (Triángulo, Verde, 15)] sí la satisface.

[25 pts] Ejercicio 3:

Demostrá que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indicá qué axioma o teorema se utiliza, y subrayá la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y de Predicados.

$$\langle \exists x : r.x : \neg t.x \rangle \vee \langle \exists x : \neg t.x : \neg r.x \rangle \equiv \neg \langle \forall x :: t.x \rangle$$

[25 pts] Ejercicio 4:

Demostrá que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indicá qué axioma o teorema se utiliza, y subrayá la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y de Predicados.

$$\langle \forall x : \text{triangulo}.x : \text{azul}.x \rangle \wedge \neg \langle \exists x :: \text{azul}.x \rangle \Rightarrow \neg \langle \exists x :: \text{triangulo}.x \rangle$$

Para simplificar la notación podés utilizar las iniciales de cada predicado de la siguiente manera :

$$\langle \forall x : t.x : a.x \rangle \wedge \neg \langle \exists x :: a.x \rangle \Rightarrow \neg \langle \exists x :: t.x \rangle$$

[30 pts] Ejercicio 5:

Dadas las definiciones

$\text{tamFiguras} : [\text{Figura}] \rightarrow [\text{Int}]$

$\text{tamFiguras}.[] \doteq []$

$\text{tamFiguras}.(x \triangleright xs) \doteq \text{tam}.x \triangleright \text{tamFiguras}.xs$

$\text{sum} : [\text{Int}] \rightarrow \text{Int}$

$\text{sum}.[] \doteq 0$

$\text{sum}.(x \triangleright xs) \doteq x + \text{sum}.xs$

$\text{sumTamaño} : [\text{Figura}] \rightarrow \text{Int}$

$\text{sumTamaño}.[] \doteq 0$

$\text{sumTamaño}.(x \triangleright xs) \doteq \text{tam}.x + \text{sumTamaño}.xs$

demostrar por inducción la siguiente fórmula

$\text{sum}.\text{tamFiguras}.xs = \text{sumTamaño}.xs$