

### Parcial 3 - Introducción a los Algoritmos - 14 de Noviembre de 2023

Apellido y Nombre: \_\_\_\_\_

Cantidad de hojas entregadas: \_\_\_ (Numerar cada hoja.)

Tu e-mail y/o DNI:

1. [10 pto(s)] Formaliza las siguiente propiedad escrita en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

*“Los cuadrados de la lista de figuras  $xs$  son azules o son amarillos”.*

Las listas  $[(Circulo, Rojo, 5), (Circulo, Verde, 2), (Circulo, Amarillo, 2)]$  y

$[(Cuadrado, Azul, 20), (Circulo, Verde, 7), (Cuadrado, Amarillo, 7)]$  **satisfacen la propiedad.**

La lista  $[(Cuadrado, Rojo, 5), (Circulo, Verde, 2)]$  **no la satisface.**

2. [10 pto(s)] Formalizá la siguiente propiedad, escrita en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados.

*“Hay un único número par en la lista  $xs$ ”.*

3. [25 pto(s)] Demostrá que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indicá qué axioma o teorema se utiliza, y subrayá la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y de Predicados.

$$\langle \forall x : : \neg(p.x \Rightarrow q.x) \rangle \equiv \langle \forall x : : p.x \rangle \wedge \neg \langle \exists x : : q.x \rangle$$

4. [25 pto(s)] Demostrá que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indicá qué axioma o teorema se utiliza, y subrayá la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y de Predicados.

$$\langle \forall x : cuadrado.x : verde.x \rangle \wedge \neg \langle \exists x : rombo.x : \neg verde.x \rangle \Rightarrow \neg \langle \exists x : cuadrado.x \vee rombo.x : \neg verde.x \rangle$$

Para simplificar la notación podés utilizar las iniciales de cada predicado de la siguiente manera:

$$\langle \forall x : c.x : v.x \rangle \wedge \neg \langle \exists x : r.x : \neg v.x \rangle \Rightarrow \neg \langle \exists x : c.x \vee r.x : \neg v.x \rangle$$

5. [30 pto(s)] Dadas las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} \text{sumarPares}.\langle \rangle &\doteq 0 \\ \text{sumarPares}.\langle x \triangleright xs \rangle &\doteq \left( \begin{aligned} &x \bmod 2 = 0 \rightarrow x + \text{sumarPares}.xs \\ &\square x \bmod 2 \neq 0 \rightarrow \text{sumarPares}.xs \end{aligned} \right) \\ \text{quitarImpares}.\langle \rangle &\doteq \langle \rangle \\ \text{quitarImpares}.\langle x \triangleright xs \rangle &\doteq \left( \begin{aligned} &x \bmod 2 = 0 \rightarrow x \triangleright \text{quitarImpares}.xs \\ &\square x \bmod 2 \neq 0 \rightarrow \text{quitarImpares}.xs \end{aligned} \right) \\ \text{duplicar}.\langle \rangle &\doteq 0 \\ \text{duplicar}.\langle x \triangleright xs \rangle &\doteq (2 * x) + \text{duplicar}.xs \end{aligned}$$

demostrar por inducción que  $\text{duplicar}(\text{quitarImpares}.xs) = 2 * (\text{sumarPares}.xs)$