FINAL DE LENGUAJES 2011

1. Haga uno de (a) o (b).

   (a) Sean $G = \langle \Sigma, V, S, P \rangle$ y $G' = \langle \Sigma, V, S, P' \rangle$ GLCs tales que si $A \to \alpha \in P$ entonces $A \underset{G'}{\overset{*}{\Rightarrow}} \alpha$. Pruebe que $L(G) \subseteq L(G')$.

   (b) Defina derivación leftmost. Pruebe que toda $w \in L(G)$ tiene una derivación leftmost.

2. V o F. Justifique.

   (a) Sea $P : S \subseteq \omega \to \omega$ un predicado Σ-R. Entonces $f : \omega \to \omega$ dada por

   $$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in S \wedge P(x) = 1 \\ 0 & (x \in S \wedge P(x) = 0) \vee x \notin S \end{cases}$$

   es Σ-R.

   (b) Sea $\mathcal{P} \in Pro^{\Sigma}$. Sea $f : \omega \times \omega \to \omega$ dada por $f(x_1, x_2) = \langle x_1, x_2 \rangle$. Entonces

   $Im(\Psi_{\mathcal{P}}^{2,0,\omega}) = Im\left(\lambda x\left[(x)_1\right] \circ \left(E_{\#} \circ \left(p_1^{3,0}, f \circ (p_2^{3,0}, p_3^{3,0}), C_{\varepsilon}^{3,0}, C_{\mathcal{P}}^{3,0}\right)\right)\right).$

   (c) Por definición: una función $f : S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m} \to \Sigma^*$ es computada por una máquina de Turing determinística M, si para cada $(\vec{x}, \vec{\alpha}) \in S$, M hay $q \in Q$ tal que $\lfloor q_0 B \mid^{x_1} B \ldots B \mid^{x_n} B\alpha_1 B \ldots B\alpha_m \rfloor \overset{*}{\underset{M}{\vdash}} qf(\vec{x}, \vec{\alpha})$, y $qf(\vec{x}, \vec{\alpha}) \underset{M}{\not\vdash} d$ para toda descripción instantánea d.

   (d) $\lambda xy[x \cdot y] \circ (Suc, Pred) = Pred \circ (\lambda xy[x \cdot y] \circ (p_1^{1,0}, p_1^{1,0}))$.

3. Supongamos $\Sigma_p \subseteq \Sigma$. Pruebe que para cada $\mathcal{P} \in Pro^{\Sigma}$ hay $\mathcal{Q} \in Pro^{\Sigma}$ tal que

   $$\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega} \circ \Psi_{\mathcal{Q}}^{1,0,\omega} = id|_{Im(\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega})}.$$

4. Pruebe que el siguiente predicado es Σ-PR. Enuncie todos los resultados del teórico que utilice.

   $$P = \lambda x\beta \left[(\exists t \in \mathbb{P}) \quad \sum_{j=1}^{t} (x+1)^j = |\beta| \right]$$

   (donde $\mathbb{P} = \{p \in \omega : p \text{ es primo}\}$).