FINAL DE LENGUAJES 2013

1. Sea $P : \omega^2 \times \Sigma^{*2} \to \omega$ dado por

$$P(x, y, \beta, \gamma) = (\exists \alpha \in \Sigma^*)_{|\alpha| \leq x^2} \;\; \beta\gamma^y = \underset{t=x+1}{\overset{|\alpha|}{\subset}} [\alpha]_t[\gamma]_t$$

   Pruebe que P es Σ-PR. Puede usar las funciones que han sido probadas Σ-PR en el teórico. Enuncie los lemas que aplique.

2. V o F. Justifique.

   (a) Hay un programa $\mathcal{P}$ tal que para cada $n \geq 1$ se tiene que $\mathcal{P}$ computa $p_n^{n,0}$.

   (b) Supongamos $\Sigma_p \subseteq \Sigma$, y sea

$$\text{Autohalt}^{\Sigma} = \lambda\mathcal{P}[(\exists t \in \omega) i(t, 0, \langle\mathcal{P}\rangle, \mathcal{P}) = n(\mathcal{P}) + 1].$$

   Entonces para cualquier función Σ-r,

$$f : D_f \subseteq \omega \to \Sigma^*,$$

   se tiene que $\text{Autohalt}^{\Sigma} \circ f$ no es Σ-r.

   (c) Sea $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ un autómata a pila. Supongamos que para $k \in \omega$, $q, p \in Q$, $x, y \in \Sigma^*$ y $\alpha, \beta, \gamma \in \Gamma^*$ se tiene que $(q, x, \beta\gamma) \overset{k}{\vdash} (p, y, \alpha\gamma)$. Entonces $(q, x, \beta) \overset{k}{\vdash} (p, y, \alpha)$.

3. De una gramática G tal que $L(G) = \{a^i b^j c^k : i, j, k \in \omega \text{ y } i \geq j + 2\}$. Pruebe la igualdad entre los lenguajes.

4. Dar una función Σ_p-r. $g : \omega \to \Sigma_p^*$ tal que

   $\text{Im}\,(g) = \{\mathcal{P} \in Pro^{\Sigma_p} : \text{hay } p \text{ primo tal que } p \in \text{Im}\left(\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega}\right)\}$.