

FINAL DE LENGUAJES 2013

1. Construya un autómata a pila M tal que $L(M)$ sea el siguiente lenguaje $\{w \in \{a, b\}^* : \text{hay } w_1, w_2, w_3 \text{ tales que } w = w_1 a b b w_2 a w_3, \text{ y } |w_1| = |w_3|\}$.

2. V o F. Justifique.

- (a) Si f es una función Σ -computable entonces $\text{dom } f$ es Σ -r.
- (b) Si \mathcal{P} es un programa tal que $\text{Dom}(\Psi_{\mathcal{P}}^{0,1,\Sigma^*}) = \Sigma^*$ y $\text{Dom}(\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\Sigma^*}) = \omega$ entonces $\text{Dom}(\Psi_{\mathcal{P}}^{1,1,\Sigma^*}) = \omega \times \Sigma^*$.
- (c) Sea M una máquina de turing que computa la función $p_1^{2,0}$. Entonces M computa la función $p_1^{1,0}$.
- (d) Sean $f, g : \omega \rightarrow \omega$ tales que g es Σ -PR y $f \in PR_3^\Sigma - PR_2^\Sigma$. Entonces $f \circ g \in PR_4^\Sigma - PR_3^\Sigma$.

3. Supongamos $\Sigma_{\mathcal{P}} \subseteq \Sigma$. Pruebe que para cada $\mathcal{P} \in \text{Pro}^\Sigma$ hay $\mathcal{Q} \in \text{Pro}^\Sigma$ tal que

$$\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega} \circ \Psi_{\mathcal{Q}}^{1,0,\omega} = \text{id}|_{\text{Im}(\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega})}.$$

Para cada macro usado dar el predicado o la función asociada dependiendo si es un macro de tipo IF o de asignación.

4. Sea $\Sigma = \{a, b\}$, y sea $f : \omega \times \Sigma^* \rightarrow \omega$ Σ -PR. Pruebe que el conjunto

$$\left\{ (x, y, \alpha) : \text{hay } z \in \omega - \{1\} \text{ que divide a } \sum_{k=1}^{x+y} f(k^y, \alpha)^x \right\}$$

es Σ -PR. Enuncie los resultados del teórico que utilice.