Final
Lenguajes Formales y Computabilidad 2020

1. Sea $\Sigma = \{\#, \$\}$, y sea

   $L = \{\mathcal{P} \in \mathrm{Pro}^{\Sigma} \mid \exists \alpha \in \Sigma^* \text{ tal que } \Psi_{\mathcal{P}}^{1,1,\#}(5, \alpha\$) = |\mathcal{P}|\}$.

   Dar un programa $Q \in \mathrm{Pro}^{\Sigma\cup\Sigma_p}$ tal que $\mathrm{Im}(\Psi_{\mathcal{Q}}^{1,0,*}) = L$ y $\mathrm{Dom}(\Psi_{\mathcal{Q}}^{1,0,*}) = \omega$. Para cada macro usado dar el predicado o la función $(\Sigma\cup\Sigma_p)$-computable asociada dependiendo si es un macro de tipo IF o de asignación.

2. Sea $\Sigma = \{\#, \$\}$, y sea $S = \{(x, \alpha) \in \omega \times \Sigma^* : [\alpha]_1 = \$\}$. Pruebe que la función $F : S \to \omega$, dada por

   $$F(x, \alpha) = \begin{cases} \prod_{i=x}^{i=x^2} x^i & \text{si } x \leq |\alpha| \\ |\alpha|^2 & \text{caso contrario} \end{cases}$$

   es Σ-PR. Enuncie los resultados del teórico que utilice.

3. (Booleano) Dé el diagrama de una máquina de Turing determinística con unit que compute a la función

   $$\begin{array}{rcl} f : \{x \in \omega : x \geq 3 \text{ y } x \text{ es impar}\} & \to & \omega \\ x & \to & (x-1)/2 \end{array}$$