

Parcial 1, Lenguajes Formales 2005

1. Verdadero o falso, justifique.

- (a) Sea $G = \langle \{a, b\}, V, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto tal que para toda producción $A \rightarrow \alpha \in P$ se cumple que la cantidad de ocurrencias de variables en α es igual a $|\alpha|_a$. Entonces si $S \xRightarrow{k} w \in \{a, b\}^*$, se tiene que $|w|_a = k - 1$.
- (b) Si $M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F \rangle$ es un automata a pila, y $w \in \Sigma^*$ entonces: $w \notin L(M)$ si y solo si $(q_0, w, Z_0) \vdash (q, \varepsilon, \gamma)$, para algun $q \notin F$ y $\gamma \in \Gamma^*$
- (c) Sean $M_1 = \langle \{q_0, q_1\}, \Sigma, \Gamma, \delta_1, q_0, Z_0, \emptyset \rangle$ y $M_2 = \langle \{q_0, q_2\}, \Sigma, \Gamma, \delta_2, q_0, Z_0, \emptyset \rangle$ automatas a pila. Sea $M = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, \emptyset \rangle$ donde
- $$\delta(q_0, \sigma, Z) = \delta_1(q_0, \sigma, Z) \cup \delta_2(q_0, \sigma, Z)$$
- $$\delta(q_1, \sigma, Z) = \delta_1(q_1, \sigma, Z)$$
- $$\delta(q_2, \sigma, Z) = \delta_2(q_2, \sigma, Z)$$
- para todo $\sigma \in \Sigma$ y $Z \in \Gamma$.
- Entonces $N(M) = N(M_1) \cup N(M_2)$.

2. Sea $G = \langle \{a, b\}, V, P, S \rangle$ una gramática libre de contexto. Dar un algoritmo para encontrar el conjunto $V_a = \{A \in V : A \xRightarrow{*} \gamma \text{ para algún } \gamma \in (\{a, b\} \cup V)^* \text{ tal que } a \text{ ocurre en } \gamma\}$, definiendo recursivamente una sucesión de conjuntos $C_1 \subseteq C_2 \subseteq C_3 \subseteq \dots$ tal que

- (i) $\cup_{i \geq 1} C_i = V_a$
- (ii) Si $C_k = C_{k+1}$ entonces $\cup_{i \geq 1} C_i = C_k$

(a) Aplique el algoritmo a la gramática

- $$S \rightarrow aA/abb$$
- $$D \rightarrow DbbC/\varepsilon$$
- $$B \rightarrow bHA/SS/\varepsilon$$
- $$J \rightarrow Ja/bb$$
- $$A \rightarrow AS$$
- $$H \rightarrow Bb/BH/\varepsilon$$
- $$C \rightarrow bAbbbb/bbb$$

(b) Pruebe la corrección del algoritmo.

3. Para G dada por las siguientes producciones encuentre $L(G)$, y pruebe la igualdad entre los lenguajes

- $$S \rightarrow aA/bA/\varepsilon$$
- $$A \rightarrow aB/bB$$
- $$B \rightarrow aS/bS$$