

1. (Recursión primitiva) Sea  $\Sigma = \{!, ?\}$ .
  - a) Pruebe que la función  $i_? : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ , dada por  $i_?(a) := ?a$ , es  $\Sigma$ -p.r. (Puede usar que la función  $\lambda\alpha\beta [\alpha\beta]$  es  $\Sigma$ -p.r.)
  - b) Dada una palabra  $\alpha = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$  con  $n \geq 1$  definimos la *transpuesta* de  $\alpha$  como la palabra  $\alpha^T := a_n \dots a_1$ . Por ejemplo,  $??!!!?^T = ?!!!??$ . Definimos además  $\varepsilon^T := \varepsilon$ . Encuentre funciones  $\Sigma$ -p.r.  $f$ ,  $\mathcal{G}_!$  y  $\mathcal{G}_?$  tales que  $R(f, \mathcal{G}) = \lambda\alpha[\alpha^T]$ .
2. (División por casos) Sea  $\Sigma = \{!, ?\}$  y sea  $f : \omega \times \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  dada por

$$f(x, \alpha) := \begin{cases} ?^x & \text{si } |\alpha| \text{ es par} \\ \alpha^x & \text{si } |\alpha| \text{ es impar.} \end{cases}$$

Pruebe que  $f$  es  $\Sigma$ -p.r. (Puede usar que las funciones:  $\lambda\alpha [|\alpha|]$ ,  $\lambda x\alpha [\alpha^x]$  y  $\lambda x [x \text{ es par}]$  son  $\Sigma$ -p.r.)

3. (Cuantificación acotada) Sea  $\Sigma = \{!, ?\}$ . Pruebe que

$$\{(x + 1, !^x, ?) : x \in \omega \text{ y } x \text{ es par}\}$$

es  $\Sigma$ -p.r. (Puede usar que las funciones:  $\lambda\alpha\beta [\alpha = \beta]$ ,  $\lambda xy [x = y]$ ,  $\lambda x\alpha [\alpha^x]$  y  $\lambda x [x \text{ es par}]$  son  $\Sigma$ -p.r.)