Parcial 3 Lenguajes 2008

1. Pruebe que $f : S \subseteq \omega \to \omega$ es Σ-recursiva sii $\{\langle x, f(x)\rangle : x \in S\}$ es Σ-r.e. (Recuerde que $\langle x, y\rangle = 2^x 3^y - 1$.)

2. Dar un programa $\mathcal{Q} \in Pro^{\Sigma_p}$ tal que $Im(\Psi_{\mathcal{Q}}^{1,0,\Sigma_p^*})$ sea el conjunto

$$\{\mathcal{P} \in Pro^{\Sigma_p} : \text{hay } n \in \omega \text{ tal que } \Psi_{\mathcal{P}}^{0,1,\omega}(\mathcal{P}) = \Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega}(n)\}.$$

Puede usar macros.

3. V o F, justifique.

V (a) Si $\mathcal{P}$ computa una función $f : D_f \subseteq \omega^2 \to \omega$, entonces $\mathcal{P}$ computa la función $f \circ (p_1^{1,0}, C_0^{1,0})$.

(b) Si $Dom(\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega}) = \omega$ entonces $Dom(\Psi_{\mathcal{P}\mathcal{P}}^{1,0,\omega}) = \omega$.

(c) Para cada $\mathcal{P} \in Pro^{\Sigma}$ hay un $\mathcal{P}' \in Pro^{\Sigma}$ tal que $Dom(\Psi_{\mathcal{P}'}^{1,0,\omega}) = \omega - Dom(\Psi_{\mathcal{P}}^{1,0,\omega})$.

F (d) Sea $\mathcal{P} \in Pro^{\Sigma}$. Sea $f : \omega \times \omega \to \omega$ dada por $f(x_1, x_2) = \langle x_1, x_2\rangle$. Entonces

$$Im(\Psi_{\mathcal{P}}^{2,0,\omega}) = Im\left(\lambda x[(x)_1] \circ \left(E_{\#} \circ \left(p_1^{3,0}, f \circ (p_2^{3,0}, p_3^{3,0}), C_{\varepsilon}^{3,0}, C_{\mathcal{P}}^{3,0}\right)\right)\right).$$

1. Sean $f : \omega \times \{!, \%\}^* \to \omega$, $g_! : \omega \times \omega \times \{!, \%\}^* \to \omega$ y $g_\% : \omega \times \omega \times \{!, \%\}^* \to \omega$ tales que

$f(x, \varepsilon) = x$, para cada $x \in \omega$

$f(x, !\alpha) = g_!(f(x, \alpha), x, \alpha)$, para cada $x \in \omega$, $\alpha \in \{!, \%\}^*$

$f(x, \%\alpha) = g_\%(f(x, \alpha), x, \alpha)$, para cada $x \in \omega$, $\alpha \in \{!, \%\}^*$

Pruebe que si $g_!$ y $g_\%$ son $\{!, \%\}$-PR entonces f lo es.

2. Pruebe que el siguiente predicado es Σ-PR. Enuncie todos los resultados del teórico que utilice.

$$P = \lambda x\alpha\beta\left[(\exists t \in \{impares\})\ \alpha^{\sum_{j=1}^{t} x^j} = \beta\right]$$

3. V o F, justifique

(a) Si $R(f, g)(0) = 0$ y $R(f, g)(x + 1) = x$ para todo $x \in \omega$ entonces $f = \{(\Diamond, 0)\}$ y $g = p_2^{2,0}$.

(b) $\lambda x_1 x_2[x_1 \cdot x_2] \circ (C_0^{1,0}, Pred) = C_0^{1,0}$.

09/05/08