Examen de Lógica 2006

1. Pruebe que la sentencia $\forall x_1 \exists x_2\ (x_1 \equiv \bar{2} x_2 \vee x_1 \equiv \bar{2} x_2 + 1)$ es un teorema de $Arit$.

2. V o F, justifique.

   F (a) Sea $\tau = (\emptyset, \{f\}, \emptyset, a)$ con $a(f) = 1$, y sea $T = (\{\forall x_1 \forall x_2 (f(x_1) \equiv f(x_2) \rightarrow x_1 \equiv x_2)\}, \tau)$. Si **A** y **B** son modelos de T, entonces $\mathbf{A} \cong \mathbf{B}$.

   (b) $T \vdash (\varphi \rightarrow \psi)$ si y solo si ya sea $T \nvdash \varphi$ o $T \vdash \psi$.

   V (c) Hay una teoría del tipo de los reticulados tal que todos sus modelos son isomorfos a $(\mathcal{P}(\{x, y\}), \cup, \cap)$.

   F (d) Hay un modelo de $\Sigma_{Arit} \cup \{\forall x_1 \forall x_2 (x_1 < x_2 \rightarrow \exists x_3\ x_1 < x_3 < x_2)\}$.

3. Sea $F : (L, s, i, 0, 1) \rightarrow (L', s', i', 0', 1')$ un isomorfismo de reticulados acotados, y sea $a \in L$ un átomo. Pruebe que $F(a)$ es un átomo.

4. Sea T la teoría del punto 2(a). Calcule cuantos modelos no isomorfos de T hay con universo $\{a, b, c\}$. Justifique.