

## Final de Lógica

1. Sean  $(P, \leq)$  y  $(P', \leq')$  posets. Supongamos  $F$  es un isomorfismo de  $(P, \leq)$  en  $(P', \leq')$ .

(a) Para  $x, y \in P$ , tenemos que  $x < y$  si y solo si  $F(x) <' F(y)$ .

(b) Para  $x, y, z \in P$ , tenemos que  $z = \inf\{x, y\}$  si y solo si  $F(z) = \inf\{F(x), F(y)\}$

2. Sea  $\tau$  un tipo y sean  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  estructuras de tipo  $\tau$ . Supongamos que  $F : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$  es un isomorfismo. Sea  $\varphi \in F^\tau$ . Entonces

$$\mathbf{A} \models \varphi[(a_1, a_2, \dots)] \text{ sii } \mathbf{B} \models \varphi[(F(a_1), F(a_2), \dots)]$$

para cada  $(a_1, a_2, \dots) \in A^{\mathbf{N}}$ .

3. Sea  $\tau = (\emptyset, \{\times^2\}, \{\text{Conmut}^1, \text{Reemp}^2\}, a)$  y sea  $\Sigma$  dado por

$$\forall z (\text{Conmut}(z) \rightarrow \forall x (x \times z = z \times x))$$

$$\forall x \exists z (\text{Reemp}(x, z) \wedge \text{Conmut}(z))$$

$$\forall x, z (\text{Reemp}(x, z) \rightarrow \forall y ((x \times y = z \times y) \wedge (y \times x = y \times z)))$$

Dar una prueba que atestigüe  $(\Sigma, \tau) \vdash \forall x, y (x \times y = y \times x)$ .