

Final de Lógica

1. Sean (P, \leq) y (P', \leq') posets. Supongamos F es un isomorfismo de (P, \leq) en (P', \leq') .

(a) Para $x, y \in P$, tenemos que $x < y$ si y solo si $F(x) <' F(y)$.

(b) Para $x, y, z \in P$, tenemos que $z = \inf\{x, y\}$ si y solo si $F(z) = \inf\{F(x), F(y)\}$

2. Sea τ un tipo y sean \mathbf{A} y \mathbf{B} estructuras de tipo τ . Supongamos que $F : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ es un isomorfismo. Sea $\varphi \in F^\tau$. Entonces

$$\mathbf{A} \models \varphi[(a_1, a_2, \dots)] \text{ sii } \mathbf{B} \models \varphi[(F(a_1), F(a_2), \dots)]$$

para cada $(a_1, a_2, \dots) \in A^{\mathbf{N}}$.

3. Sea $\tau = (\emptyset, \{\times^2\}, \{\text{Conmut}^1, \text{Reemp}^2\}, a)$ y sea Σ dado por

$$\forall z (\text{Conmut}(z) \rightarrow \forall x (x \times z = z \times x))$$

$$\forall x \exists z (\text{Reemp}(x, z) \wedge \text{Conmut}(z))$$

$$\forall x, z (\text{Reemp}(x, z) \rightarrow \forall y ((x \times y = z \times y) \wedge (y \times x = y \times z)))$$

Dar una prueba que atestigüe $(\Sigma, \tau) \vdash \forall x, y (x \times y = y \times x)$.