1er Parcial Lógica 2008

1. V o F. Justifique.

   (a) Sean L y L′ reticulados y $f : L \to L'$ un homomorfismo sobre. Si P es un filtro primo de L entonces $f(P) = \{f(a) : a \in P\}$ es un filtro primo de L′. F

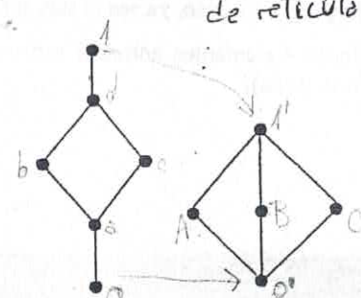
   (b) Sean L un reticulado y $P \subseteq L$ un filtro primo. Si $S \subseteq P$ y existe $inf(S)$ entonces $inf(S) \in P$.

   (c) Sea $(L, \mathrm{s}, \mathrm{i}, 0, 1)$ un reticulado acotado. Si $a, b \in L$ son complementados entonces a i b también lo es.

   (d) Sea $(L, \leq)$ un reticulado y sea $S \subseteq L$ tal que $(S, \{(a,b) \in S^2 : a \leq b\})$ es un reticulado. Entonces S es un subuniverso de $(L, \mathrm{s}, \mathrm{i})$, donde s e i son las operaciones de supremo e ínfimo asociadas a $\leq$.

2. Sean A y B conjuntos no vacíos y sea $f : A \to B$ una función. Definimos $F : \mathcal{P}(B) \to \mathcal{P}(A)$ por $F(X) = \{a \in A : f(a) \in X\}$. Pruebe que F es un homomorfismo de álgebras de Boole de $(\mathcal{P}(B), \cup, \cap, {}^c, \emptyset, B)$ en $(\mathcal{P}(A), \cup, \cap, {}^c, \emptyset, A)$.

3. Sean L y L′ los reticulados acotados descriptos por las siguientes figuras. Pruebe que no hay un homomorfismo sobre de L en L′. de reticulados acotados



L L′

$F(0) = 0'$ $F(1) = 1'$ $A \neq B \neq 0', 1'$

F es sobre $\Rightarrow \exists\, x, y, z \in L$, $\neq 0,1$ tq $F(x) = A$ $F(y) = B$, $F(z) = C$

$F(x)$ i′ $F(y) = 0' \Rightarrow F(x \,\mathrm{i}\, y) = 0'$

$F(a \,\mathrm{i}\, b) = F(a) = A$ Abs!

$F(a \,\mathrm{i}\, c) = F(a) = A$ Abs!

$F(b \,\mathrm{i}\, c) = F(a) \Rightarrow F(a) = 0' \Rightarrow F(d) = C$ por ser F sobre

Pero $F(b \,\mathrm{i}\, d) = F(b) = A$ y $F(b)$ i′ $F(d) = 0'$. Abs!

$F(a \,\mathrm{i}\, d) = F(a) = A$ Abs!