1er Parcial Lógica 2010

1. V o F. Justifique.

   a. Sea $(B, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)$ un álgebra de boole y sea $F \subsetneq B$ un filtro. Entonces F es primo sii para cada $a \in B$ vale que $a \in F$ o $a^c \in F$.

   b. Sean $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$ y $(L, \mathsf{s}', \mathsf{i}')$ reticulados, y sea f un isomorfismo de $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$ en $(L, \mathsf{s}', \mathsf{i}')$. Entonces $\mathsf{s} = \mathsf{s}'$.

   c. Sea $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$ un reticulado y sean $a, b, c \in L$ tales que $a \mathsf{\ s\ } c = b \mathsf{\ s\ } c$ y $a \mathsf{\ i\ } c = b \mathsf{\ i\ } c$. Entonces $a = b$.

   d. Sea τ un tipo. Si $t \in T_k^\tau$ entonces $|t|_X \leq 2^k + 1$.

   e. Sea $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$ un reticulado y sea R una relación de equivalencia sobre L tal que cada clase de equivalencia de R es un intervalo (es decir de la forma $\{x : a \leq x \leq b\}$ para algunos $a \leq b$). Entonces R es una congruencia de $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$.

2. Sean $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i}, ^c, 0, 1)$ y $(L', \mathsf{s}', \mathsf{i}', ^{c'}, 0', 1')$ reticulados complementados. Supongamos que $f : L \to L'$ es un homomorfismo sobre. Supongamos además que $(a^c)^c = a$ para todo $a \in L$. Pruebe que $\left(a^{c'}\right)^{c'} = a$ para todo $a \in L'$.

3. Sea $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$ es un reticulado distributivo, y sean $a, b \in L$ tales que $a < b$. Pruebe que la relación θ definida por $x\theta y$ si y solo si $a \mathsf{\ i\ } x = a \mathsf{\ i\ } y$ y $b \mathsf{\ s\ } x = b \mathsf{\ s\ } y$ es una congruencia de $(L, \mathsf{s}, \mathsf{i})$. Probar solo que θ preserva s.