1er Parcial Lógica 2012

1. Sea $F : \langle L, \mathrm{s}, \mathrm{i}, 0, 1\rangle \to \langle L', \mathrm{s}', \mathrm{i}', 0', 1'\rangle$ un isomorfismo de reticulados acotados, y sea $a \in L$ un átomo. Pruebe que $F(a)$ es un átomo.

2. Pruebe que no hay un homomorfismo sobre F de $\langle \mathcal{P}(\{1,2,3\}), \cup, \cap\rangle$ en $\langle \{1,2,3\}, \max, \min\rangle$.

3. V o F. Justifique.

   a. Si $L \subseteq \mathcal{P}(X)$ y $\langle L, \cup, \mathrm{i}\rangle$ es un reticulado, entonces $A \,\mathrm{i}\, B = A \cap B$.

   b. Si el reticulado $\mathbf{L}$ tiene una congruencia $\theta \neq L \times L$ tal que $\mathbf{L}/\theta$ tiene mayor elemento, entonces $\mathbf{L}$ tiene mayor elemento.

   c. Sean $\leq$ y $\leq'$ órdenes parciales del conjunto P tales que $\leq$ está contenido en $\leq'$. Si $\langle P, \leq\rangle$ es un reticulado, entonces $\langle P, \leq'\rangle$ también.

   d. Sea $\mathbf{L} = \langle \mathcal{P}(\{0, \frac{1}{2}, 1, 2\}), \cup, \cap\rangle$. Si definimos θ por:
   $$A\theta B \Leftrightarrow \{\lfloor x\rfloor \mid x \in A\} = \{\lfloor x\rfloor \mid x \in B\},$$
   entonces θ es una congruencia de $\mathbf{L}$. ($\lfloor x\rfloor$ es la parte entera de x.)