

1. Hacer:

- (a) De una prueba perfecta del siguiente hecho: "Si  $(P, \leq)$  es un poset, entonces la relacion  $<$  es transitiva con respecto a  $P$ ".
- (b) Pruebe que si  $F : (L, s, i, 0, 1) \rightarrow (L', s', i', 0', 1')$  es un isomorfismo de reticulados acotados y  $S$  es un subuniverso de  $(L, s, i, 0, 1)$ , entonces  $F(S) = \{F(x) : x \in S\}$  es un subuniverso de  $(L', s', i', 0', 1')$
- (c) Sean  $(P, \leq)$  y  $(P', \leq')$  posets. Supongamos  $G$  es un isomorfismo de  $(P, \leq)$  en  $(P', \leq')$ . Si  $(P, \leq)$  tiene exactamente tres elementos maximales, entonces tambien  $(P', \leq')$  tiene exactamente tres elementos maximales

2. Sea  $L = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ . Denotemos con  $\mathbf{L}$  al reticulado  $(L, mcm, mcd)$ . Definamos para  $x \in \mathbf{N}$ ,

$$(x)_2 = \max_t (3^t \text{ divide a } x).$$

(el "sub 2" es porque 3 es el segundo primo). Sea  $\theta = \{(x, y) \in L^2 : (x)_2 = (y)_2\}$ . Note que  $\theta$  es una congruencia sobre  $\mathbf{L}$  (no hace falta que lo pruebe).

- (a) Haga un diagrama de Hasse de  $\mathbf{L}$
- (b) Dar explicitamente  $L/\theta$ .
- (c) Dar explicitamente (i.e. dar el conjunto de pares) el orden parcial  $\tilde{\leq}$  asociado al reticulado  $\mathbf{L}/\theta$
- (d) De un isomorfismo de  $\mathbf{L}/\theta$  en  $(\{0, 1, 2\}, \max, \min)$
- (e) Dar una congruencia  $\delta$  tal que  $\mathbf{L}/\delta$  sea isomorfo a  $(\mathcal{P}(\{a, b\}), \cup, \cap)$  (dar el isomorfismo)