# Parcial II, Logica 2005

1. V o F, justifique.

   (a) Sean $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ $\tau$-álgebras y sea $\mathbf{C}$ una subálgebra de $\mathbf{A}\times\mathbf{B}$. Entonces hay subálgebras $\mathbf{A}_1$ y $\mathbf{B}_1$ de $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ respectivamente, tales que $\mathbf{C} = \mathbf{A}_1 \times \mathbf{B}_1$.

   (b) Sea $\varphi = \varphi(x_1) \in F^\tau$. Entonces $\forall x_1 \forall x_2((\varphi(x_1) \wedge (x_1 \equiv x_2)) \rightarrow \varphi(x_2))$ es universalmente válida.

   Sea $\tau = (\emptyset, \{f\}, \emptyset, a)$ con $a(f) = 1$. Para cada $n \geq 2$ sea $\mathbf{C}_n$ la $\tau$-álgebra que tiene por universo el conjunto $\{0, 1, ..., n-1\}$ y $f^{\mathbf{C}_n}(0) = 1$, $f^{\mathbf{C}_n}(1) = 2, ..., f^{\mathbf{C}_n}(n-2) = n-1$, $f^{\mathbf{C}_n}(n-1) = 0$.

   (c) Si $F : \mathbf{C}_m \rightarrow \mathbf{C}_n$ es un homomorfismo entonces $F(0) = 0$.

   (d) $\mathbf{C}_5 \times \mathbf{C}_{21} \cong \mathbf{C}_{105}$.

   (e) $\mathbf{C}_2 \times \mathbf{C}_{21} \cong \mathbf{C}_{42}$.

   (f) Hay un homomorfismo inyectivo $F : \mathbf{C}_{10} \rightarrow \mathbf{C}_{10} \times \mathbf{C}_2$.

   (g) Sean $m \geq n \geq 1$. Hay un homomorfismo sobre $F : \mathbf{C}_m \rightarrow \mathbf{C}_n$.

2. Probar que dado un tipo $\tau$, $\varphi$ fórmula, $\psi$ sentencia, $\mathbf{A}$ estructura de tipo $\tau$ y $\vec{a} \in A^{\mathbf{N}}$, se tiene que
   $V^{\mathbf{A}}(((\forall x_1 \varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \exists x_1(\varphi \rightarrow \psi)), \vec{a}) = 1$.