PARCIAL II 2013

1. V o F. Justifique.

   (a) Sea $\tau = (\emptyset, \{f^1\}, \emptyset, a)$ y sea $T = (\{\forall x_1 \exists x_2 (f(x_2) \equiv x_1)\}, \tau)$. Si $\mathbf{A}$ y $\mathbf{B}$ son modelos finitos de T con la misma cantidad de elementos, entonces $\mathbf{A} \cong \mathbf{B}$.

   (b) Sea $\varphi := \varphi(x_1) \in F^\tau$. Entonces $\forall x_1 \forall x_2 ((\varphi(x_1) \wedge (x_1 \equiv x_2)) \to \varphi(x_2))$ es universalmente válida.

   (c) Sea $\mathbf{A}$ una τ-álgebra, y supongamos a es definible en $\mathbf{A}$. Entonces (a, a) es definible en $\mathbf{A} \times \mathbf{A}$.

   (d) Existe un tipo τ tal que $(\emptyset; \tau)$ es inconsistente.

2. Sean $\tau_1 = (\emptyset, \{f^2, g^1\}, \emptyset, a_1)$ y $\tau_2 = (\emptyset, \{h^1\}, \emptyset, a_2)$. Sea $\mathbf{A}$ una τ_1-álgebra, y sea $t := t(x)$ un término de τ_1. Definimos la τ_2-álgebra $\mathbf{A}'$ por:

   i) universo de $\mathbf{A}' = A$

   ii) $h^{\mathbf{A}'}(a) = t^{\mathbf{A}}[a]$, para todo $a \in A$.

   Pruebe que si θ es una congruencia de $\mathbf{A}$ entonces lo es de $\mathbf{A}'$. ¿Puede asegurarse que las congruencias de $\mathbf{A}'$ son congruencias de $\mathbf{A}$?

3. Sea $\tau = (\{c\}, \emptyset, \{\leq^2\}, a)$, y sea $\mathbf{A} = (\mathcal{P}(0,1,2), \subseteq, \{0\})$ considerada como estructura de τ. Decida cuales son los elementos definibles de $\mathbf{A}$. Justifique.