

1. Sea $\tau = (\emptyset, \{s^2, i^2\}, \{\leq^2\}, a)$ y sea Σ formado por Σ_{Ret} más la sentencia $\exists z \neg \exists x (z \leq x \wedge z \neq x)$.
 - a. Dar una prueba elemental en (Σ, τ) de la sentencia $\exists z \forall x x \leq z$.
 - b. Dar un prueba formal que atestigüe que

$$(\Sigma, \tau) \vdash \exists z \forall x x \leq z.$$

2. Sea $\tau = (\emptyset, \emptyset, \{\leq^2, r^1\}, a)$. Sea Σ el conjunto formado por los axiomas que dicen que \leq es un orden parcial junto con los siguientes axiomas:
 - $\exists x \exists y (x \neq y \wedge r(x) \wedge r(y) \wedge \forall z (r(z) \rightarrow (z = x \vee z = y)))$
 - $\forall x \forall y (r(x) \wedge r(y)) \rightarrow (x \leq y \vee y \leq x)$
 - $\exists x \exists y \neg (x \leq y \vee y \leq x)$.

Dar (mediante un diagrama para cada uno) todos los modelos de tres elementos de (Σ, τ) , modulo isomorfismo. Para cada par de modelos propuestos justifique por qué no son isomorfos.