

1. Sea  $\tau = (\{0, 1\}, \{s^2, i^2, h^1\}, \{\leq^2\}, a)$  y sea  $\Sigma$  formado por  $\Sigma_{Ret}$  más las siguientes sentencias

$$\forall x x \leq 1$$

$$\forall x 0 \leq x$$

$$h(0) = 0$$

$$h(1) = 1$$

$$\forall x \forall y h(x s y) = h(x) s h(y) \wedge h(x i y) = h(x) i h(y).$$

Dar una prueba que atestigüe que

$$(\Sigma, \tau) \vdash \forall x (\exists z (x s z = 1 \wedge x i z = 0) \rightarrow \exists w (h(x) s w = 1 \wedge h(x) i w = 0)).$$

2. Dar, módulo isomorfismo, todos los modelos de  $(\Sigma, \tau)$  con a lo sumo 5 elementos, donde  $\tau = (\{0, 1, c, d\}, \{i^2, s^2\}, \{\leq^2\}, a)$ , y  $\Sigma$  es el conjunto formado por los siguientes axiomas:

$$\Sigma_{Ret}, \forall x x \leq 1, \forall x 0 \leq x$$

$$c \neq 1, c \neq 0, c s d = 1, c i d = 0.$$