1. Sea $\tau = (\{0, 1, \mathrm{me}\}, \{\mathsf{s}^2, \mathsf{i}^2\}, \{\leq^2\}, a)$ y sea $\Sigma$ formado por los axiomas de $RetCua$ junto con los axiomas:

   $\forall x\, x \leq 1$

   $\forall x\, 0 \leq x$

   $(\neg(\mathrm{me} \equiv 0) \wedge \neg(\mathrm{me} \equiv 1) \wedge \forall z((\mathrm{me} \leq z) \vee (z \leq \mathrm{me})))$

   (a) Diga en forma hablada o mediante un gráfico, qué son "esencialmente" los modelos de $(\Sigma, \tau)$.

   (b) Diga, módulo isomorfismo, cuántos modelos de $(\Sigma, \tau)$ hay con universo de exactamente 5 elementos.

   (c) De una prueba formal que atestigüe que

   $$(\Sigma, \tau) \vdash \forall x\, (\exists z(x\ \mathsf{i}\ z \equiv 0 \wedge x\ \mathsf{s}\ z \equiv 1) \rightarrow (x \equiv 0 \vee x \equiv 1)).$$

2. Hacer

   (a) Sea $\tau = (\{0, 1\}, \{\mathsf{s}^2, \mathsf{i}^2\}, \emptyset, a)$. Sea $\mathbf{A}$ una estructura de tipo $\tau$ tal que $(A, \mathsf{s}^{\mathbf{A}}, \mathsf{i}^{\mathbf{A}}, 0^{\mathbf{A}}, 1^{\mathbf{A}})$ es un reticulado acotado. Sea $S$ un subuniverso de $(A, \mathsf{s}^{\mathbf{A}}, \mathsf{i}^{\mathbf{A}}, 0^{\mathbf{A}}, 1^{\mathbf{A}})$. Pruebe que cualesquiera sean $t =_d t(v_1, ..., v_n) \in T^\tau$ y $a_1, ..., a_n \in S$, se tiene que $t^{\mathbf{A}}[a_1, ..., a_n] \in S$.

   (b) Sea $\tau = (\emptyset, \emptyset, \{r^2\}, a)$ y sea $\mathbf{A}$ dado por:

   $$\begin{array}{rcl} A & = & \{0, 1, 2, 3, 4\} \\ r^{\mathbf{A}} & = & \{(0, 1), (1, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 4), (4, 2), (2, 3), (3, 2)\} \end{array}$$

   Decida cuáles elementos de $\mathbf{A}$ son definibles. Justifique.