EXAMEN FINAL 30/6/2006

Ejercicio 1. (a) Enunciar y demostrar el Teorema del algoritmo de división.

(b) Calcular el cociente y el resto de 137 dividido 12 y de -137 dividido 12.

Ejercicio 2. Demostrar por inducción las siguientes 2 afirmaciones.

(a) $3^{4n+2} + 2.4^{3n+1}$ es divisible por 17 para todo n natural.

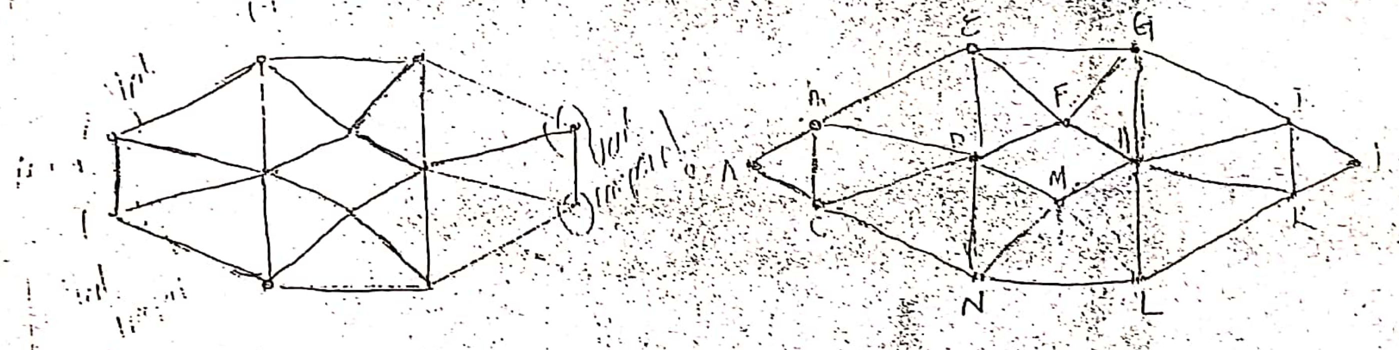
(b) $4^n > (n+1)3^n$, para todo n mayor que un cierto n_0. Encontrar explícitamente el menor n_0.

Ejercicio 3. (a) ¿De cuántas maneras pueden sentarse en una mesa redonda 6 jugadores argentinos y 6 jugadores alemanes, si no deben quedar juntos 2 jugadores alemanes?

(b) Responder la misma pregunta con 10 argentinos y 7 alemanes.

(c) Responder la misma pregunta con m argentinos y n alemanes.

Ejercicio 4. Decidir si cada uno de los siguientes grafos tiene o no un circuito Euleriano. En caso afirmativo exhibir uno.



Ejercicio 5. (a) Dar todas las soluciones enteras de la ecuación: $3x \equiv 7 \mod 11$.

(b) Dar todas las soluciones enteras de la ecuación anterior que además son soluciones de la ecuación: $5x \equiv 2 \mod 9$.

(c) Dar todas las soluciones enteras del sistema formado por las dos ecuaciones anteriores que además son soluciones de la ecuación: $x \equiv 3 \mod 31$.

Ejercicio 6. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

2 (a) Si $15 | abc$, entonces $15 | ab$, $15 | ac$, o $15 | bc$. V

(b) Para cualquier par de enteros no nulos a, b, con $a \neq \pm b$, se tiene que $(a-b, a+b) = (a, b)$. F a = 15 b = 5

(c) La ecuación $x^2 \equiv -1 \mod p$, no tiene solución para ningún primo $p \geq 5$.

x = 5 p 13