

Álgebra I - Matemática Discreta I

Examen final - 10 de Febrero de 2011

Apellido y Nombre: ~~XXXXXXXXXX~~

Comisión: ~~10~~ 7

Carrera: Lic. en Computación

Condición de regularidad: Libre

Justificar todas las respuestas. Para aprobar se requiere obtener por lo menos 28 puntos en la parte práctica, 12 puntos en la parte teórica y 50 puntos en total.

Parte Práctica

- (1) (10 pts., solo para alumnos libres) Probar que todo número natural  $n$  satisface  $5^n \leq (n+4)!$ .
- (2) (10 pts.) Determinar las raíces cuartas de  $-4$  en el conjunto de números complejos. Hallar el producto y la suma de todas ellas. Graficar todos los números obtenidos.
- (3) (10 pts.) a) Calcular el número de divisores positivos de 127008.  
b) ¿Es la suma de todos ellos un número par?  
c) Calcular el número de divisores positivos de 127008 que sean múltiplos de 14 ó 9.
- (4) (20 pts.) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificar sus respuestas.  
a) (5 pts.) Existe un grafo regular de grado 3 con 13 vértices. F  
b) (5 pts.) El número 14 se puede escribir como combinación lineal entera de los números 1372 y 350. ✓  
c) (5 pts.) Si  $p$  es un número primo y  $a \in \mathbb{Z}$ , entonces  $p|a(a^{p-1} + 7p)$ .  
d) (5 pts.)  $(2342)_5 + (1231)_5 = (1150)_7$ .
- (5) (10 pts.) a) (2 pts.) Dibujar el grafo de 8 vértices  $\{v_1, \dots, v_8\}$  y aristas  $\{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_1, v_5\}, \{v_1, v_7\}, \{v_2, v_8\}, \{v_3, v_4\}, \{v_4, v_6\}, \{v_5, v_6\}, \{v_6, v_7\}, \{v_7, v_8\}\}$ .  
b) (4 pts.) Determinar su número cromático.  
c) (4 pts.) Decidir si posee una caminata euleriana y justificar su respuesta. En caso que exista explicitarla. ✓
- (6) (10 pts.) Hay que convocar a cierto número de alumnos para que realicen una serie de actividades. Para la primera actividad, será necesario que dos de ellos coordinen mientras que los demás deberán dividirse en subgrupos de 5 integrantes. Para la segunda, tres estudiantes coordinarán y los demás se dividirán en subgrupos de 4 integrantes. Para la tercera no habrá coordinadores, y los alumnos deberán dividirse en subgrupos de 11 integrantes. ¿Cuál es el número mínimo de estudiantes que hay que convocar si se requiere que haya por lo menos 3 subgrupos en cada actividad?

Parte Teórica

- (7) (10 pts.) Probar que si  $a \in \mathbb{R}$  entonces  $a^2 \geq 0$  y que  $a^2 = 0$  si y sólo si  $a = 0$ .
- (8) (10 pts.) Enunciar y probar la regla de divisibilidad por 4.
- (9) (10 pts.) a) Enunciar el Algoritmo de la División de números enteros.  
b) Demostrar la unicidad del cociente y del resto.

1	2	3	4.a	4.b	4.c	4.d	5	6	Total P
10	0	5	5	5	0	2	7	15	39

7	8	9	Total T	TOTAL
10	9	10	29	68

7 (siete)