

MATEMÁTICA DISCRETA I
Examen Final - 16/12/2016

Apellido y Nombre:

1	2	3	4a)	4b)	5a)	5b)	5c)	5d)	6a)	6b)	7a)	7b)	7c)

Justificar todas las respuestas. No se permite el uso de calculadoras ni celulares.

Para aprobar deberá tener como mínimo 12 pts. en la parte teórica y 28 pts. en la parte práctica.

Parte Teórica (30 pts.)

1. (10 pts.) Para $a \in \mathbb{R}$, definir en forma recursiva a^n , para todo $n \in \mathbb{N}$.
2. (10 pts.) Dados $n, m \in \mathbb{Z}$, alguno de ellos no nulo, demostrar que el máximo común divisor de m y n es único.
3. (10 pts.) a) Dar la definición de grafo. b) Dar la definición de camino.

Parte Práctica (70 pts.)

4. (20 pts.)
 - a) Probar que n^7 es coprimo con $n^2 - 1$ para todo $n \in \mathbb{Z}$.
 - b) Probar por inducción que

$$\sum_{k=0}^n a^k = \frac{a^{n+1} - 1}{a - 1},$$

donde $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0, 1$ y $n \in \mathbb{N}_0$.

5. (20 pts.) ¿De cuántas formas puede formarse un comité de 7 personas tomadas de un grupo de 15 personas entre las cuales hay 6 profesores y 9 estudiantes, si:
 - a) No hay restricciones en la selección?
 - b) El comité debe tener exactamente 2 profesores?
 - c) El comité debe tener al menos 4 profesores?
 - d) El comité debe tener a lo sumo 2 profesores?

6. (15 pts.)
- a) Usando el método de la demostración de la ecuación lineal en congruencia, encontrar todas las soluciones enteras de
- $$40x \equiv 8 \pmod{21}.$$
- b) Hallar las soluciones enteras x tales que $-10 \leq x \leq 10$.
7. (15 pts.)
- a) Sean a y b coprimos. Probar que si $a|c$ y $b|c$, entonces $ab|c$.
- b) Probar que el producto de tres enteros consecutivos es divisible por 6.
- c) Probar que no existe un número natural a tal que $a^6 = 13^7$.

Ejercicios para alumnos libres

(Cada ejercicio mal hecho o no resuelto descuenta 10 pts.)

1. Calcular el máximo común divisor $(889, 168)$ y encontrar enteros $r, s \in \mathbb{Z}$ tales que,
$$(889, 168) = r \cdot 889 + s \cdot 168.$$
2. Expresar el número $(10011010)_2$ en base 9.