

1	2	3	4(a) 4(b) 4(c)	5(a) 5(b) 5(c) 5(d)	6	7(a) 7(b)

MATEMÁTICA DISCRETA I
Examen Final - 25/07/2019

Apellido y Nombre:

Condición (R o L):

- **Justificar todas las respuestas. No se permite el uso de calculadoras ni celulares.**
- **Para aprobar deberá tener al menos 50 pts. en el total, 12 pts. en la parte teórica y 28 pts. en la parte práctica.**

Parte Teórica (30 pts.)

1. (10 pts.) Para $n \geq 0$ y $x \neq 0$, definir en forma recursiva x^n .
2. (10 pts.) Dar la definición de congruencia y probar que es una relación transitiva
3. (10 pts.) Probar que existen infinitos números primos.

Parte Práctica (70 pts.)

4. (24 pts.)
 - a) (7 pts.) Probar que si $n \in \mathbb{Z}$, entonces los números $2n + 1$ y $n(n + 1)/2$ son coprimos.
 - b) (7 pts.) Usando el teorema de Fermat encontrar a entero con $0 \leq a < 13$ tal que $7^{633} \equiv a \pmod{13}$.
 - c) (10 pts.) Probar por inducción que

$$\sum_{k=0}^n (2k + 1) = (n + 1)^2,$$

para $n \in \mathbb{N}_0$.

5. (16 pts.) Consideremos que hay 26 letras en el alfabeto. Cuando hablamos de *palabra*, nos referimos a una sucesión finita de letras y dígitos.

- a) (4 pts.) ¿De cuántas formas podemos elegir 4 letras entre las 26?
 b) (4 pts.) ¿Cuántas palabras de 9 letras podemos formar?
 c) (4 pts.) ¿Cuántas palabras de 9 letras sin repetición de letras podemos formar?
 d) (4 pts.) ¿Cuántas palabras se pueden formar de 12 caracteres que tengan 3 dígitos y 9 letras?

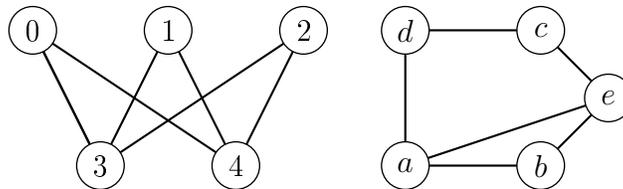
6. (16 pts.) Dada la ecuación de congruencia

$$15x \equiv 6 \pmod{21},$$

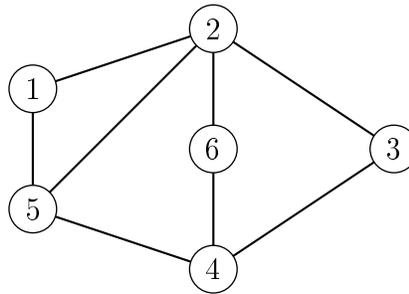
hallar todas las soluciones en el intervalo $[20, 55]$. Hacerlo con el método usado en la teórica. No usar resultados del práctico.

7. (14 pts.)

a) Probar que los siguientes grafos no son isomorfos.



b) Encontrar una caminata euleriana en el siguiente grafo.



Ejercicios para alumnos libres

(Cada ejercicio mal hecho o no resuelto descuenta 10 pts.)

1. Calcular el máximo común divisor $(46, 60)$ y encontrar enteros $s, t \in \mathbb{Z}$ tales que, $(46, 60) = s46 + t60$
2. Expresar el número 123123 en base 7.