

# Matemática Discreta I

## Examen Final - 6 de agosto de 2020

### Importante

- Justificá todas tus respuestas.
- No podés usar calculadora, computadora, tablet o celular.
- Copiá todos los enunciados en hojas de papel (o imprimilos). No podrás verlos desde tu celular o computadora durante el examen.
- Para aprobar deberás tener al menos 50 pts. en el total, al menos 10 pts. en la parte teórica y al menos 35 pts. en la parte práctica.
- Escribir con birome o lapicera.
- Al finalizar:
  - En **cada hoja** que entregues escribí, en forma clara y completa, tu nombre y apellido.
  - Recordá que también tenés que agregar una hoja con la leyenda *“Por la presente declaro que la resolución de este examen es obra de mi exclusiva autoría y respetando las pautas y criterios fijados en los enunciados. Asimismo declaro conocer el régimen de infracción de los estudiantes cuyo texto ordenado se encuentra en el apéndice de la Res. Rec. 1554/2018”*.
  - Tomá fotos de todas las hojas con el celular (o escanea las hojas) y luego hacé un solo pdf con todas las hojas. Debés verificar que el documento esté en el sentido correcto y que su calidad permita que sea leído y corregido.
  - Subí el archivo pdf en el apartado “Tu Trabajo - Añadir o crear”.
  - Una vez subido el archivo, presioná “Entregar”.

### Preguntas

- Las preguntas sobre el enunciado podés hacerlas en “Comentarios privados”.
- Preguntas relacionadas con el desarrollo del ejercicio podés hacerlas en “Comentarios privados”.

### Parte Teórica (30 pts.)

1. (10 pts.) Enunciar el axioma de buena ordenación.
2. (10 pts.) Demostrar que  $\sum_{j=0}^m \binom{m}{j} = 2^m$ .
3. (10 pts.) Probar que si  $p$  y  $q$  son primos y  $p|q$  entonces  $p = q$ .

### Parte Práctica (70 pts.)

4. (24 pts.)
  - a) (7 pts.) Hallar el resto de la división de  $93^{417}$  por 13.
  - b) (7 pts.) Probar que si  $n \in \mathbb{Z}$ , entonces los números  $4n + 1$  y  $3n^2 + n$  son coprimos.
  - c) (10 pts.) Sea  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}_0}$  la sucesión definida recursivamente por

$$\begin{cases} a_0 = 1, \\ a_1 = 1, \\ a_n = 3a_{n-1} + (n-1)(n-3)a_{n-2}, \text{ para } n \geq 2. \end{cases}$$

Probar que  $a_n = n!$  para todo  $n \in \mathbb{N}_0$ .

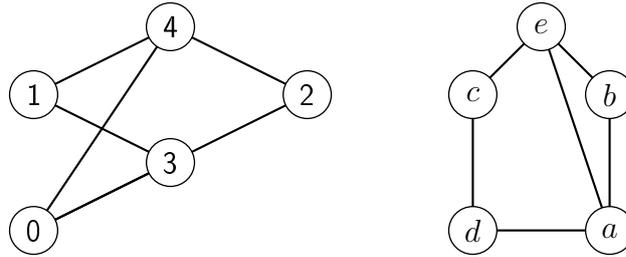
5. (16 pts.) Queremos formar comités de entre un grupo de 7 mujeres y 6 hombres. ¿Cuántos comités distintos de 5 personas pueden formarse
  - a) sin restricciones?
  - b) con 1 presidenta/e y 2 secretaria/os?
  - c) con al menos una mujer?
  - d) con exactamente 2 hombres y el Sr. A y la Sra. B no pueden estar ambos en el comité?

6. (16 pts.) Dada la ecuación de congruencia

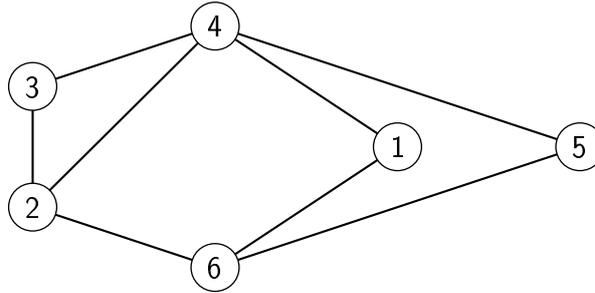
$$6x \equiv 4 \pmod{34},$$

hallar todas las soluciones en el intervalo  $[-30, 20]$ . Hacerlo con el método usado en la teórica. No usar resultados del práctico.

7. (14 pts.)
  - a) Probar que los siguientes grafos no son isomorfos.



b) Encontrar una caminata euleriana en el siguiente grafo.



### Ejercicios para alumnos libres

(Cada ejercicio mal hecho o no resuelto descuenta 10 pts. del total)

1. Calcular el máximo común divisor  $(23, 30)$  y encontrar enteros  $s, t \in \mathbb{Z}$  tales que,  $(23, 30) = s23 + t30$
2. Expresar el número 125234 en base 8.