

ÁLGEBRA I - MATEMÁTICA DISCRETA I

Primer Parcial, 17-04-2009, FILA A

Nombre y apellido:

Carrera:

Comisión:

No se permite usar calculadora. JUSTIFIQUE todas sus respuestas.

1. (20p) Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ se verifica

$$\sum_{k=1}^n k2^{k-1} = 1 + (n-1)2^n.$$

2. (a) (10p) ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8? (se puede repetir dígitos).
(b) (5p) ¿Cuántos de estos números son pares?
(c) (5p) ¿Cuántos son mayores que 300 y a la vez menores que 500?
3. Un aspirante a 'hacker' quiere entrar en el correo electrónico de su vecino. Para ello necesita conocer una clave de 12 caracteres, formada por 4 números y 8 letras todos mezclados.
(a) (10p) Teniendo en cuenta que hay 26 letras, ¿cuál es el máximo número de intentos que debería hacer?
(b) (10p) Si se enterara que su vecino ha formado la clave mezclando las ocho letras de su nombre (EZEQUIEL) y las cuatro cifras de su año de nacimiento (1989). ¿Cuántos intentos debería hacer ahora como máximo?
4. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.
(a) (5p) $0 < n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
(b) (5p) La unión de dos conjuntos inductivos es un conjunto inductivo.
(c) (5p) El conjunto $\{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x < 7\}$ es bien ordenado.
5. (a) (5p) Definir las siguientes nociones: subconjunto inductivo, primer elemento y subconjunto bien ordenado.
(b) (10p) Enunciar el Principio de Inducción y el Principio de Buena Ordenación.
(c) (10p) Probar por inducción que todo subconjunto finito de \mathbb{R} tiene primer elemento.

1	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	4c	5a	5b	5c	Total