

Turno tarde - Tema A

Comisión:

Apellido:

Nombre:

DNI:

1. (10 pts.) Enunciar la fórmula del binomio de Newton.
2. (10 pts.) Enunciar el principio de buena ordenación.
3. (15 pts.) Sea $\{a_n\}$ la sucesión definida recursivamente como sigue:

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3}, \quad \forall n \geq 4.$$

Demostrar que $a_n \leq 3^n$.

4. (20 pts.) Demostrar que se cumple que

$$\sum_{j=1}^n \frac{2}{(j+1)(j+2)} = \frac{n}{n+2} \quad \text{para todo } n \in \mathbb{N}.$$

5. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. **Justifique apropiadamente.**

(a) (5 pts.) $(101)_{13} > (1100001)_2$.

(b) (5 pts.) Para todo $n, k \in \mathbb{N}, k \leq n$ se satisface $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

(c) (5 pts.) Si $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ verifican que $a < b$ y $c < d$ entonces se cumple que $ac < bd$.

6. Se quiere formar una contraseña de 9 dígitos. Contamos con 26 letras del alfabeto, números del 0 al 9, y 21 símbolos *especiales* del tipo $\&, ;, ?, ,$, etc. Cuantas formas hay de crear la contraseña si:

(a) (10 pts.) No hay ninguna restricción.

(b) (10 pts.) La contraseña no contiene más de 3 símbolos especiales.

(c) (5 pts.) La contraseña contiene al menos un número impar.

(d) (5 pts.) Si una computadora puede chequear 10^{10} contraseñas por segundo, puede hackear una contraseña del punto (b) en menos de 1 día ?

Algunas recomendaciones:

1. Ordene y numere las páginas.
2. Coloque bien su nombre y dni.
3. **Tache** en la grilla los ejercicios que no han sido resueltos.
4. Ordene los ejercicios en orden ascendente.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5(a) | 5(b) | 5(c) | 6(a) | 6(b) | 6(c) |
| | | | | | | | | | |

| | | |
|------|-------|------|
| 6(d) | Total | Nota |
| | | |