ÁLGEBRA I / MATEMÁTICA DISCRETA I 2005

Apellido y Nombre	1	2	3	4	5	6	Total	Calificación

SEGUNDO PARCIAL 30/5/2005
TEMA A

1. (20 ptos) **Elección multiple.** Marcar en cada caso la única opción correcta.

   (a) 1001 es primo. $(2^{12})^3 - 1$ es primo. 1367 es primo.

   (b) $(316)_7 = (112011)_3$. $(316)_7 = (12221)_3$. $(316)_7 = (20201)_3$.

2. (10 ptos) **Binomio.** Probar que si n, r y k son naturales tales que $k < r < n$, entonces

$$\binom{n}{r}\binom{r}{k} = \binom{n}{k}\binom{n-k}{r-k}.$$

3. (20 ptos) **Divisores.**

   (a) ¿Cuántos números hay entre 100 y 1000 que sean divisibles por 7?

   (b) ¿Cuántos divisores positivos tiene el número $19^3 47^{11} 79^6$?

4. (10 ptos) **Máximo común divisor.**

   (a) Probar que para todo entero k, $(3k+2, 5k+3) = 1$.

   (b) Probar que $(a,b) = 1 \Leftrightarrow (a^n, b^n) = 1$, para todo n natural.

5. (20 ptos) **Congruencia.**

   (a) Probar que si a es impar, entonces $a^2 = 8k+1$, para algún entero k.

   (b) Probar que para todo n natural, $5^n - 4n - 1$ es divisible por 16.

6. (20 ptos) **Ecuaciones en congruencia.** Considerar la ecuación $12x \equiv c \ (30)$.

   (a) ¿Para qué valores de c tiene esta ecuación solución?

   (b) Cuando tiene solución, ¿cuántas tiene en $[0, 29]$?

   (c) Elegir un c de tal modo que la ecuación tenga solución y mostrar todas las soluciones en $[0, 29]$.