

Matemática Discreta I  
Segundo Parcial - 11 de Junio de 2015

Apellido y Nombre:

Comisión:

- Justifique todas sus respuestas.
- No se puede usar calculadora ni celular.
- Para aprobar debe conseguir al menos 12 puntos en la parte teórica y al menos 28 puntos en la parte práctica.

Parte Teórica (30 puntos)

1. (5 puntos) Enunciar el Teorema Fundamental de la Aritmética.
2. (10 puntos) Demostrar que existen infinitos primos.
3. (15 puntos) Sea  $m \in \mathbb{N}$ .
  - (i) Definir congruencia módulo  $m$ .
  - (ii) Demostrar que si  $a \equiv b (m)$  y  $c \equiv d (m)$ , entonces  $a + c \equiv b + d (m)$ .

Parte Práctica (70 puntos)

4. (25 puntos)
  - (i) Escribir en base 9 el número  $(1254)_7$ .
  - (ii) Probar que si  $(a, b) = 1$ , entonces  $(a^5, a^3 + b^4) = 1$ .
  - (iii) Hallar el múltiplo positivo más pequeño de 560 que es un cuadrado.
5. (25 puntos)
  - (i) Encontrar todas las soluciones de la ecuación en congruencia
$$36x \equiv 8 \pmod{20}$$
usando el método visto en clase.
  - (ii) Dar todas las soluciones  $x$  de la ecuación anterior tales que  $-8 < x < 30$ .
6. (20 puntos) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique.
  - (i) Existen enteros no nulos  $a$  y  $b$  tales que  $a^6 = 21b^4$ .
  - (ii) La cifra de las unidades de  $33^{45}$  es 9.
  - (iii) Si  $a, b \in \mathbb{Z}$  son tales que  $(a, b) = 13$ , entonces existen  $u, v \in \mathbb{Z}$  tales que
$$ua + vb = 52.$$

1	2	3(i) 3(ii)	4(i) 4(ii) 4(iii)	5(i) 5(ii)	6(i) 6(ii) 6(iii)