

Matemática Discreta I
Prefinal - 23 de junio de 2020
Turno Mañana

Importante

- Justifica todas tus respuestas.
- Para aprobar se debe obtener al menos 50 puntos.
- En **cada hoja** que entregues escribí, en forma clara y completa, tu nombre y apellido. Si es posible escribí con birome.
- Al finalizar, toma fotos del prefinal por el celular, y subí las fotos en formato pdf en el apartado "Tu Trabajo - Añadir o crear".
- Una vez subido el archivo, presionar "Entregar". Deben verificar que el documento esté en el sentido correcto y que su calidad permita que sea leído y corregido.

Preguntas

- Las preguntas sobre el enunciado podés hacerlas en "Comentarios privados".
- Preguntas relacionadas con el desarrollo del ejercicio podés hacerlas en "Comentarios privados".

Ejercicios

- (1) (a) (10 pts.) Probar que el resto de la división de 5^{301} por 17 es 3.
(b) (12 pts.) Probar que $\sqrt[3]{35}$ no es un número racional.
- (2) (12 pts.) En este ejercicio haga el procedimiento paso a paso y en forma detallada. Demostrar por inducción que la siguiente igualdad se verifica para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^n 4k + 3 = n(2n + 5).$$

- (3) Teniendo en cuenta que hay 26 letras y 10 dígitos, denominaremos *palabra* a cualquier cadena de caracteres formada por letras y dígitos:
- (a) (5 pts.) ¿cuántas palabras de 11 caracteres es posible hacer?
- (b) (5 pts.) ¿Cuántas palabras de 11 caracteres se pueden hacer con 4 dígitos y 7 letras?
- (c) (5 pts.) Consideremos las palabras de 11 caracteres formadas de la siguiente manera: los primeros siete caracteres son una mezcla de las letras del nombre "ignacio", y los últimos cuatro caracteres son una permutación del número 3446. ¿Cuántas palabras con estas características se pueden hacer?

(4) (8 pts.) Expresar el número $(6233)_7$ en base 6.

(5) (a) (12 pts.) Usando el método de la demostración de la ecuación lineal en congruencia, encontrar todas las soluciones enteras de

$$56x \equiv 32 \pmod{40}.$$

(b) (8 pts.) Hallar las soluciones enteras x tales que $0 \leq x \leq 81$.

(6) Dado el siguiente grafo $G = (V, A)$:

a	b	c	d	e	f	g
c	d	a	a	b	b	b
d	e	e	b	c	c	f
	f	f	e	d	d	
	g		f		g	

(a) (8 pts.) Encuentre un ciclo hamiltoniano (si existe).

(b) (8 pts.) Determine si existe una caminata euleriana, y en caso de ser así, encuentre una.

(c) (7 pts.) Encuentre un subgrafo (W, B) de G con $W = V$ y tal que sea árbol.