

Matemática Discreta I  
Prefinal - 23 de junio de 2020  
Turno Mañana

**Importante**

- Justifica todas tus respuestas.
- Para aprobar se debe obtener al menos 50 puntos.
- En **cada hoja** que entregues escribí, en forma clara y completa, tu nombre y apellido. Si es posible escribí con birome.
- Al finalizar, toma fotos del prefinal por el celular, y subí las fotos en formato pdf en el apartado "Tu Trabajo - Añadir o crear".
- Una vez subido el archivo, presionar "Entregar". Deben verificar que el documento esté en el sentido correcto y que su calidad permita que sea leído y corregido.

**Preguntas**

- Las preguntas sobre el enunciado podés hacerlas en "Comentarios privados".
- Preguntas relacionadas con el desarrollo del ejercicio podés hacerlas en "Comentarios privados".

**Ejercicios**

- (1) (a) (10 pts.) Probar que el resto de la división de  $7^{315}$  por 23 es 5.  
(b) (12 pts.) Probar que  $\sqrt[4]{35}$  no es un número racional.
- (2) (12 pts.) En este ejercicio haga el procedimiento paso a paso y en forma detallada. Demostrar por inducción que la siguiente igualdad se verifica para todo  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\sum_{j=1}^n 4j - 1 = n(2n + 1).$$

- (3) Teniendo en cuenta que hay 26 letras y 10 dígitos, denominaremos *palabra* a cualquier cadena de caracteres formada por letras y dígitos:
- (a) (5 pts.) ¿cuántas palabras de 15 caracteres es posible hacer?
- (b) (5 pts.) ¿Cuántas palabras de 15 caracteres se pueden hacer con 6 dígitos y 9 letras?
- (c) (5 pts.) Consideremos las palabras de 15 caracteres formadas de la siguiente manera: los primeros nueve caracteres son una mezcla de las letras de la palabra "sabandija", y los últimos 6 caracteres son una permutación del número 388657. ¿Cuántas palabras con estas características se pueden hacer?

(4) (8 pts.) Expresar el número  $(51233)_6$  en base 8.

(5) (a) (12 pts.) Usando el método de la demostración de la ecuación lineal en congruencia, encontrar todas las soluciones enteras de

$$42x \equiv 24 \pmod{30}.$$

(b) (8 pts.) Hallar las soluciones enteras  $x$  tales que  $0 \leq x \leq 61$ .

(6) Dado el siguiente grafo  $G = (V, A)$ :

| $p$ | $q$ | $r$ | $s$ | $t$ | $u$ | $w$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $r$ | $s$ | $p$ | $q$ | $p$ | $q$ | $q$ |
| $t$ | $t$ | $s$ | $r$ | $q$ | $r$ | $u$ |
|     | $u$ | $u$ | $t$ | $s$ | $t$ |     |
|     | $w$ |     |     | $u$ | $w$ |     |

(a) (8 pts.) Encuentre un ciclo hamiltoniano (si existe).

(b) (8 pts.) Determine si existe una caminata euleriana, y en caso de ser así, encuentre una.

(c) (7 pts.) Encuentre un subgrafo  $(W, B)$  de  $G$  con  $W = V$  y tal que sea árbol.