

Matemática Discreta I
Prefinal - 17 de junio de 2021
Turno Mañana

Importante

- Justifica todas tus respuestas.
- Para aprobar se debe obtener al menos 50 puntos.
- En **cada hoja** que entregues escribí, en forma clara y completa, tu nombre y apellido. Si es posible escribí con birome.
- Al finalizar, toma fotos del prefinal por el celular, y subí las fotos en formato pdf en el apartado "Tu Trabajo - Añadir o crear".
- Una vez subido el archivo, presionar "Entregar". Deben verificar que el documento esté en el sentido correcto y que su calidad permita que sea leído y corregido.

Preguntas

- Las preguntas sobre el enunciado podés hacerlas en "Comentarios privados".
- Preguntas relacionadas con el desarrollo del ejercicio podés hacerlas en "Comentarios privados".

Ejercicios

- (1) (a) (10 pts.) Encontrar el resto de la división de 3^{3490} por 17. No usar calculadora, deducir el resultado del teorema de Fermat.
- (b) (12 pts.) Probar que $\sqrt[3]{72}$ no es un número racional.
- (2) (12 pts.) En este ejercicio haga el procedimiento paso a paso y en forma detallada. Demostrar por inducción que la siguiente igualdad se verifica para todo $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=1}^n 3i + 2 = n(2n + 3).$$

- (3) Teniendo en cuenta que hay 26 letras y 10 dígitos, denominaremos *palabra* a cualquier cadena de caracteres formada por letras y dígitos. Una *contraseña de longitud n* es una palabra formada por n caracteres.
- (a) (5 pts.) ¿Cuántas contraseñas de longitud 11 es posible hacer?
- (b) (5 pts.) ¿Cuántas contraseñas de longitud 11 se pueden hacer con 8 dígitos y 3 letras?
- (c) (5 pts.) Consideremos las contraseñas de 13 caracteres formadas de la siguiente manera: los primeros ocho caracteres son una permutación del números

34335431, y los últimos cinco caracteres son letras. ¿Cuántas contraseñas con estas características se pueden hacer?

(4) (8 pts.) Calcular $(7233)_8 + (4210)_5$ y expresarlo en base 6.

(5) (a) (12 pts.) Usando el método de la demostración de la ecuación lineal en congruencia, encontrar todas las soluciones enteras de

$$37x \equiv 16 \pmod{21}.$$

(b) (8 pts.) Hallar las soluciones enteras x tales que $0 \leq x \leq 50$.

(6) Dado el siguiente grafo $G = (V, A)$:

$$\begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & g & f & \\ \hline b & a & g & g & g & c & g & \\ d & c & b & a & b & d & e & \\ & e & d & c & d & e & & \\ & & & e & f & f & & \end{array}$$

(a) (8 pts.) Encuentre un ciclo hamiltoniano.

(b) (8 pts.) Determine si existe una caminata euleriana y, en caso de ser así, encuentre una.

(c) (7 pts.) Encuentre un subgrafo (W, B) de G con $W = V$ y tal que sea árbol.