

Examen final de Matemática Discreta II ( $7 + 7 - 7^0/7 + 7 - 7^0 - 7^0/7$ )

Los alumnos libres deben hacer además los ejercicios  $\alpha$  y  $\beta$ , adjuntados en hoja aparte. Los libres que hayan aprobado el proyecto solo deben hacer el  $\alpha$ .

I): (1,2 puntos) Hallar un flujo maximal de  $s$  a  $t$  y un corte minimal en el siguiente network, usando el algoritmo de Edmonds-Karp y el orden alfabético.

sA 1111 sC 10 sG 1000 AB 1111 AE 1000 Bt 1111 CD 1000 CF 1000 DB 1000 Et 10 FL 1000 GH 1000 HI 1000 IJ 1000 JK 1000 KE 1000 LM 1000 MN 1000 NO 1000 OP 1000 PQ 1000 Qt 1000

II): (1,2 puntos) Sea  $H$  la matriz de chequeo:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

y sea  $C$  el código asociado a ella.

a) Escribir dos palabras no nulas que estén en  $C$ .

b) ¿Cuántas palabras tiene en total  $C$ ?

c) Calcular  $\delta(C)$ .

d) Suponga que Ud. recibe la palabra 11100000000011. Asumiendo que se produjo a lo sumo un error de transmisión, ¿qué palabra le fue enviada?

III): (1,2 puntos) La siguiente matriz representa el costo de asignar los trabajadores  $A, B, \dots$  a los trabajos  $1, 2, \dots$ , etc. Hallar un matching que minimice el costo total.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	2	1	3	1	4	1	5	1
B	7	1	2	5	3	4	7	2	9
C	5	7	3	9	9	5	7	3	8
D	7	8	7	9	5	9	4	9	4
E	7	5	5	9	7	9	2	2	1
F	7	2	5	9	7	4	8	9	7
G	9	4	5	9	7	8	7	1	1
H	9	7	2	8	7	8	7	4	9
I	9	1	7	9	4	7	9	8	7

IV): (0,3 puntos) Dar una matriz generadora de un código de Reed-Solomon RS(8,5) de longitud 8 y distancia mínima 5 usando el polinomio  $1 + \alpha + \alpha^3$  para representar los elementos de  $GF(2^3)$ .

V): (1,1 puntos) Sean  $N_i$  networks con vertices  $s_i, t_i$  y  $f_i$  un flujo maximal de  $s_i$  a  $t_i$  en  $N_i$  ( $i = 1, 2$ ). Sea ahora el network  $N$  cuyos vertices son la union de los vertices de  $N_1$  con  $N_2$ , excepto por el vertice  $s_2$ , y cuyos lados son los lados de  $N_1$  union los lados de  $N_2$ , excepto que los lados de  $N_2$  que entraban o salían de  $s_2$  ahora entran o salen de  $t_1$ . Sea  $f$  un flujo maximal desde  $s_1$  a  $t_2$ . ¿Cuál es la relación entre  $v(f)$ ,  $v(f_1)$  y  $v(f_2)$ ?

VI): (2 puntos) ¿Cuál es la complejidad del algoritmo de Wave? Probarlo.

VII): (1,5 puntos) Sea  $H$  una matriz de chequeo de un código  $C$ . Probar que si  $H$  no tiene la columna cero ni columnas repetidas entonces  $C$  corrige (al menos) un error.

VIII): (1,5 puntos) (regalo de Navidad) Probar que si  $\pi_1$  y  $\pi_2$  son problemas de decisión, entonces  $\pi_1 \leq_p \pi_2 \in P \Rightarrow \pi_1 \in P$ .

*[Handwritten signature]*