Matematica Discreta II -2021-Teórico del final del 30 julio.

Para aprobar el teórico hay que obtener 40% del puntaje en cada uno de los 3 primeros ejercicios. Todos los ejercicios valen 3,333.... puntos

1) En el teórico definimos unas distancias d y b y probamos que estas distancias **nunca disminuyen** entre pasos sucesivos de Edmonds-Karp. Luego usamos esta propiedad para calcular la complejidad de Edmonds-Karp.
Supongamos que esta trabajando en un network especial el cual tiene la propiedad de que esas distancias siempre AUMENTAN entre pasos sucesivos de Edmonds-Karp.
Demostrar que la complejidad de Edmonds-Karp en este caso es $O(mn)$.
(ayuda: aunque parte de la prueba es similar al caso general, como las distancias aumentan en vez de simplemente no disminuir, la prueba es mucho mas fácil que en el caso general y no es necesario calcular cuantas veces un lado puede volverse crítico)

2) 17SAT es como 3SAT pero se pide que haya exactamente 17 literales en cada disjunción. Reducir polinomialmente 17SAT a 17-COLOR en forma similar a la reducción dada en clase de 3SAT a 3COLOR, probando que, dada una expresión booleana B en CNF con 17 literales por disjunción y variables $x_i, i = 1, 2, ..., n$, entonces existe $b \in \mathbb{Z}_2^n$ tal que $B(b) = 1$ si y solo si $\chi(G) = 17$, donde G es el grafo creado a partir de B de forma similar al grafo construido en la reducción de 3SAT a 3COLOR excepto que, para que la prueba funciones en este caso hay que hacer las siguientes modificaciones:
a) En las garras, los triangulos en las bases de las garras deben ser reemplazados por K_{17}s y debe haber 17 extremos de las garras en vez de 3.
b) Ademas de los vértices especiales s y t que aparecian en la prueba dada en clase, hay que añadir 14 vértices extras que deben estar unidos todos entre si y unidos a todos los vértices que son vecinos de s o de t. (es decir, estaran unidos entre si, a s, t, a todos los v_ℓ y a todos los extremos de las garras).

3) Sea G un grafo bipartito con partes X e Y tal que $d(x) = 19 \forall x \in X$, $d(y) = 9 \forall y \in Y$. Probar que existe un matching completo de X a Y, adaptando la prueba del teorema del matrimonio de Kőnig.
(en el teorema del matrimonio se probaba que existia un matching completo de X a Y y que $|X| = |Y|$ por lo tanto ese matching era perfecto. En nuestro caso es fácil ver que con las hipotesis dadas $|X| \neq |Y|$ (no es necesario probar esto) asi que sólo hay que probar la completitud).